



ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΩΝ ΥΠΟΤΡΟΦΙΩΝ "ΗΡΑΚΛΕΙΤΟΣ ΙΙ"
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

Άρθρο που δημοσιεύθηκε στα πρακτικά του
23^{ου} Εθνικού Συνεδρίου ΕΕΕΕ

Αθήνα, 12 - 14 Σεπτεμβρίου 2012



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Η παρούσα έρευνα έχει συγχρηματοδοτηθεί από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο - ΕΚΤ) και από εθνικούς πόρους μέσω του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του Εθνικού Στρατηγικού Πλαισίου Αναφοράς (ΕΣΠΑ) - Ερευνητικό Χρηματοδοτούμενο Έργο: Ηράκλειτος ΙΙ. Επένδυση στην κοινωνία της γνώσης μέσω του Ευρωπαϊκού Κοινωνικού Ταμείου.

Χρυσόχου Ευαγγελία
9/30/2012

Το στοχαστικό πρόβλημα δρομολόγησης

Χρυσόχου Ευαγγελία *

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών/ Πολυτεχνείο Βόλου

Οργανισμός *

Πεδίο Άρεως

Βόλος 38334*

Καθ. Ζηλιασκόπουλος Αθανάσιος *

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών/ Πολυτεχνείο Βόλου

Οργανισμός *

Πεδίο Άρεως

Βόλος 38334*

Περίληψη

Αν και το πρόβλημα της βέλτιστης δρομολόγησης στόλου (Vehicle Routing Problem) είναι ένα κλασικό πρόβλημα επιχειρησιακής έρευνας το οποίο έχει μελετηθεί εκτενώς, η στοχαστική διάσταση του προβλήματος συνεχίζει να είναι ανοιχτό ερευνητικό πρόβλημα. Το πρόβλημα της δρομολόγησης μετατρέπεται σε στοχαστικό όταν κάποιες παράμετροι του προβλήματος θεωρούνται τυχαίες μεταβλητές που ακολουθούν κάποια πιθανοκατανομή. Σε πολλές περιπτώσεις το σύνολο των πελατών που το όχημα θα πρέπει να επισκεφτεί δεν είναι εκ των προτέρων γνωστό με βεβαιότητα. Η μεθοδολογία των «προτύπων διεξόδου» (recourse models) του στοχαστικού προγραμματισμού χρησιμοποιείται ώστε να μετατραπεί το ντετερμινιστικό VRP σε στοχαστικό. Η προσέγγιση της on line βελτιστοποίησης διερευνάται ώστε να αποτελέσει την βάση ενός ευρετικού αλγορίθμου επίλυσης του στοχαστικού προβλήματος δρομολόγησης.

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ

Στοχαστικός Προγραμματισμός, πρόβλημα δρομολόγησης στόλου, on line βελτιστοποίηση

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο τομέας των εμπορευματικών μεταφορών λόγω της ραγδαίας ανάπτυξης των τεχνολογιών των επικοινωνιών της τηλεματικής και των ευφυών μεταφορών γενικότερα δημιούργησαν τις κατάλληλες προϋποθέσεις για την ανάπτυξη της θεματικής περιοχής του στοχαστικού προγραμματισμού, τομέα της επιχειρησιακής έρευνας και των εφαρμοσμένων μαθηματικών γενικότερα. Αν και το πρόβλημα της βέλτιστης δρομολόγησης στόλου (Vehicle Routing Problem) είναι ένα κλασικό πρόβλημα επιχειρησιακής έρευνας το οποίο έχει μελετηθεί εκτενώς, η προσέγγιση της στοχαστικής βελτιστοποίησης το καθιστά επίκαιρο. Αποτελεί ένα από τα πιο δημοφιλή αντικείμενα ερευνών (το ίδιο αλλά και οι παραλλαγές του), τόσο λόγω της δομής και της πολυπλοκότητάς του, όσο και για την πρακτική του αξία.

Ένα τυπικό πρόβλημα δρομολόγησης είναι ένα πρόβλημα σχεδιασμού βέλτιστης διαδρομής βάση των διαθέσιμων οχημάτων, της χωρητικότητας των οχημάτων και της ζήτησης που θα πρέπει να εξυπηρετήσουν. Οι διαδρομές θα πρέπει να σχεδιαστούν έτσι ώστε το όχημα να επισκέπτεται μια φορά τον κάθε πελάτη, οι διαδρομές να ξεκινούν και να καταλήγουν στην αποθήκη και η συνολική ζήτηση των πελατών να μην ξεπερνάει την χωρητικότητα των οχημάτων ανά δρομολόγιο. Το πλήθος των οχημάτων που θα εξυπηρετήσουν την ζήτηση είναι είτε γνωστός εκ των προτέρων είτε μεταβλητή απόφαση του προβλήματος βελτιστοποίησης.

Το πρόβλημα της δρομολόγησης μετατρέπεται σε στοχαστικό όταν κάποια στοιχεία του προβλήματος θεωρούνται τυχαίες μεταβλητές, όπως η στοχαστική ζήτηση και οι στοχαστικοί χρόνοι διαδρομής. Σε πολλές περιπτώσεις το σύνολο των πελατών που το όχημα θα πρέπει να επισκεφτεί δεν είναι εκ των προτέρων γνωστό με βεβαιότητα και στις περιπτώσεις αυτές κάθε πελάτης έχει μια πιθανότητα p_i να ανήκει στο σύνολο των πελατών που θα εξυπηρετηθεί το όχημα. Υποθέτουμε ότι ένας μεταφορέας επιθυμεί να δρομολογήσει τον στόλο του βέλτιστα ώστε να εξυπηρετήσει την ζήτηση των πελατών του. Στο πρόβλημα αυτό επίσης υποθέτουμε ότι η ζήτηση δεν είναι εκ των προτέρων γνωστή και αποκαλύπτεται κατά την διάρκεια του δρομολογίου καθώς και χρόνοι διαδρομής είναι εξαρτώμενοι από το χρόνο.

Το στοχαστικό πρόβλημα δρομολόγησης διαφέρει από το κλασικό. Η γενική μεθοδολογία επίλυσης διαφέρει, πολλές θεμελιώδεις ιδιότητες του κλασικού προβλήματος δρομολόγησης δεν ισχύουν στην περίπτωση του στοχαστικού και οι μεθοδολογίες επίλυσης είναι σημαντικά πιο πολύπλοκες.

Στην παράγραφο 2 της εργασίας κρίνεται αναγκαία η παρουσίαση των ευρημάτων της βιβλιογραφικής επισκόπησης τόσο για το γενικό πρόβλημα της δρομολόγησης στόλου όσο και της ειδικής περίπτωσης της στοχαστικής βελτιστοποίησης. Οι μεθοδολογικές προσεγγίσεις του στοχαστικού προγραμματισμού για το πρόβλημα της βέλτιστης δρομολόγησης στόλου αναλύονται στην παράγραφο 3. Μετέπειτα στην παράγραφο 4 παρουσιάζεται το μαθηματικό μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού που ανταποκρίνεται στο πρόβλημα βέλτιστης δρομολόγησης στόλου και η μετατροπή του σε στοχαστικό μοντέλο κάνοντας χρήση της μεθοδολογίας των «recourse». Η παράγραφος 5 παρουσιάζει την προσέγγιση της on line βελτιστοποίησης για την επίλυση της δρομολόγησης στόλου και τέλος η παράγραφος 6 αναφέρει τα συμπεράσματα των συγγραφέων καθώς και τις προοπτικές για περαιτέρω μελέτη του προβλήματος.

2. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ

2.1 Βιβλιογραφική ανασκόπηση κλασικού προβλήματος δρομολόγησης στόλου

Το κλασικό πρόβλημα δρομολόγησης στόλου παρουσιάστηκε πρώτα από τον Dantzig και Ramser (1959). Καθώς είναι ένα NP-Περιορισμένο πρόβλημα, μεγάλος αριθμός τεχνικών επίλυσης προτάθηκαν. Αυτές οι τεχνικές ταξινομούνται σε δύο μεγάλες κατηγορίες: Κλασικοί ευρετικοί οι οποίοι αναπτύχθηκαν κυρίως μεταξύ 1960 και 1990 (Altinkemer & Gavish 1991, Bodin et al. 1983, Christofides Mingozzi & Toth 1979, Clarke & Wright 1964, Destrochers & Verhoog 1989, Gillett & Miller 1974, Lin 1965, Lin & Kernighan 1973, Mole & Jameson 1976, Wark & Holt 1994) και μεθευρετικοί οι οποίοι αναπτύχθηκαν τα τελευταία δεκαπέντε χρόνια. Οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι ταξινομούνται σε κατηγορίες βασιζόμενοι στην στρατηγική που χρησιμοποιούν. Η μέθοδος Tabu Search χρησιμοποιείται πιο συχνά στο πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή και πολλοί ερευνητές έχουν προτείνει αλγορίθμους βασιζόμενοι σε αυτήν την μέθοδο (Barbarosoglou & Ozgur 1999, Cordeau, Gendreau, Laporte, Potvin & Semete 2002, Gendreau, Hertz & Laporte 1994, Taillard 1993, Xu & Kelly 1996). Πολλοί αποτελεσματικοί αλγόριθμοι βασίζονται στην ιδέα Adaptive Memory σύμφωνα με την οποία δημιουργούνται υψηλής απόδοσης VRP λύσεις και στη συνέχεια αντικαθίστανται από λύσεις που προήλθαν από τις μεθόδους που αναφέρθηκαν. (Rochat & Taillard 1995, Tarantillis 2005, Tarantillis & Kiranoudis 2002). Τα τελευταία δέκα χρόνια μεγάλος αριθμός μεθευρετικών αλγορίθμων, οι οποίοι εμπνέονται από τους νόμους της φύσης, απευθύνονται στο πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή (Marinakis, Migdalas & Pardalos 2007, Prins 2004), ant colony optimization (Bullnheimer, Hartl & Strauss 1999, Reimann, Stummer & Doerner 2002, 2004), honey bees mating optimization (Marinakis, Marinaki & Dounias 2008) και άλλες εξελικτικές μέθοδοι (Cordeau, Gendreau, Hertz, Laport & Sormany 2005)

2.2 Βιβλιογραφική ανασκόπηση στοχαστικού προβλήματος δρομολόγησης στόλου

Το στοχαστικό πρόβλημα δρομολόγησης στόλου ανταποκρίνεται στις ανάγκες των περισσότερων πραγματικών προβλημάτων. Οι Gendreau et al. (1996) παρουσίασαν μια αναλυτική βιβλιογραφική ανασκόπηση για το πρόβλημα της στοχαστικής δρομολόγησης στόλου. Παρουσίασαν τα προβλήματα που είχαν μελετηθεί μέχρι τότε και τις τεχνικές που προτάθηκαν από διακεκριμένους στο χώρο.

Αρχικά η στρατηγική του re – optimization προτάθηκε για να λύσει τα προβλήματα αυτά καθώς οι στοχαστικές παράμετροι του προβλήματος αποκαλύπτονται και το πρόβλημα μετατρέπεται σε ντετερμινιστικό. Πολύ σύντομα μια εναλλακτική στρατηγική της «εκ των προτέρων» βελτιστοποίησης (a priori optimization) προτάθηκε από τον Bertsimas (1990) όπου λύνει το πρόβλημα σε δύο στάδια. Στο πρώτο στάδιο μια «εκ των προτέρων» λύση (a priori solution) καθορίζεται ενώ στο δεύτερο στάδιο μια

διορθωτική κίνηση με «πολιτική διεξόδου» (recourse policy) εφαρμόζεται στις λύσεις του πρώτου σταδίου. Η διορθωτική κίνηση δημιουργεί κάποιο κόστος ή πλεόνασμα το οποίο θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη στην φάση του καθορισμού των λύσεων της πρώτης φάσης.

Το στοχαστικό πρόβλημα δρομολόγησης στόλου με στοχαστική ζήτηση Vehicle Routing Problem with Stochastic Demand ανήκει στην κατηγορία των προβλημάτων γνωστά ως Stochastic VRPs (SVRPs). Σε αυτήν την κατηγορία προβλημάτων στοιχεία του προβλήματος όπως το σύνολο των πελατών, η ζήτηση των πελατών ή ο χρόνος της διαδρομής είναι στοχαστικές μεταβλητές. Χαρακτηριστικό αυτών των προβλημάτων είναι ότι έχουν ένα στοιχείο ντετερμινιστικό. Για πλήθος προβλημάτων SVRP with recourse (με μηχανισμό “διεξόδου”) έχουν προταθεί ακριβείς αλγόριθμοι από τους Laporte, Louveaux, Mercure [1989,1992,1994] Gendreau, Laporte και Seguin (1995). Προτείνανε την μέθοδο L- Shaped καθώς και ένα ακριβές αλγόριθμο εφαρμόσιμο σε πλήθος προβλημάτων στοχαστικού προγραμματισμού με μηχανισμό “διεξόδου”.

Το μεγαλύτερο πλήθος αλγορίθμων που έχουν προταθεί για την επίλυση των προβλημάτων στοχαστικής δρομολόγησης είναι ευρετικοί που στην ουσία υιοθετούν και τροποποιούν τις μεθόδους των που έχουν προταθεί για τον ντετερμινιστικό πρόβλημα.

Επίσης θα ήταν παράληψη να μην αναφερθούμε στο στοχαστικό πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή με στοχαστικό πελατολόγιο Probabilistic Traveling Salesman Problem (PTSP) που είναι μία προέκταση του κλασσικού Traveling Salesman Problem (TSP) και έχει μελετηθεί πολύ στο πεδίο της Συνδυαστικής Βελτιστοποίησης. Το PTSP είναι πιθανόν το θεμελιώδες στοχαστικό πρόβλημα δρομολόγησης [Powell WB., Jaillet P., Odoni A., (1995)]. Πρωτοπαρουσιάστηκε το 1985 από τον Jaillet στο διδακτορικό του [Jaillet P. (1985)]. Μερικές θεωρητικές ιδιότητες του PTSP ειπώθηκαν από τον Jaillet P. [Jaillet P. (1985)] και δημοσιεύτηκαν το 1988 [Jaillet P. (1988)]. Στο PTSP η ζήτηση σε κάθε κόμβο προκύπτει με πιθανότητα p ή δεν προκύπτει με πιθανότητα $1-p$ κατά τη διάρκεια μιας διαδρομής. Η κυρίως διαφορά μεταξύ του PTSP και TSP είναι ότι ενώ στο TSP η αντικειμενική συνάρτηση είναι να βρεθεί η συντομότερη διαδρομή και ο πωλητής να επισκεφτεί μία φορά την κάθε πόλη και να επιστρέψει από αυτήν που ξεκίνησε, στο PTSP η αντικειμενική συνάρτηση θέλει να ελαχιστοποιήσει το αναμενόμενο μήκος της προκαθορισμένης διαδρομής όπου ο κάθε πελάτης απαιτεί να τον επισκεφτεί ο πωλητής με μία συγκεκριμένη πιθανότητα. Η προκαθορισμένη διαδρομή μπορεί να μεταφραστεί σε μία πρότυπη διαδρομή επίσκεψης του κάθε πελάτη. Σε μία δεδομένη περίπτωση, ο πωλητής πρέπει να επισκεφτεί τους πελάτες σύμφωνα με τη προκαθορισμένη διαδρομή ενώ θα πρέπει να παρακάμψει τους πελάτες που δεν απαιτούν επίσκεψη [Liu YH. (2007)]. Το PTSP ανήκει στο NP Περιπλοκότητας προβλήματα [Bertsimas DJ (1988)]. Έτσι προκύπτει η ανάγκη για ισχυρούς ευρετικούς οι οποίοι θα βρουν καλές υποβέλτιστες λύσεις σε λογικά χρονικά πλαίσια.

3. ΜΕΘΟΔΟΙ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΗΣ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ

Το στοχαστικό πρόβλημα δρομολόγησης μπορεί να θεωρηθεί ότι ανήκει στην οικογένεια των προβλημάτων στοχαστικού προγραμματισμού. Τα προβλήματα στοχαστικού προγραμματισμού συνήθως μοντελοποιούνται είτε με την τεχνική Προγραμματισμού μεταβαλλόμενων περιορισμών (Chance Constrained Programming) είτε με στοχαστικό προγραμματισμό μέσω του λεγόμενου μηχανισμού “διεξόδου” (Stochastic Programming with recourse)

Στα μοντέλα CCP αναζητάτε η λύση του πρώτου σταδίου της οποίας η πιθανότητα αποτυχίας περιορίζεται κάτω από ένα συγκεκριμένο όριο. Τα μοντέλα αυτά δεν λαμβάνουν υπόψη τους το κόστος της διορθωτικής κίνησης που απαιτείται στην δεύτερη φάση.

Στα μοντέλα με μηχανισμούς «“διεξόδου”» ο στόχος είναι να καθοριστεί η λύση της πρώτης φάσης η οποία ελαχιστοποιεί το αναμενόμενο κόστος της λύσης της δεύτερης φάσης. Το κόστος αυτό αποτελείται στην ουσία από το κόστος των λύσεων της πρώτης φάσης και το αναμενόμενο καθαρό κόστος των διορθωτικών κινήσεων που θα χρειαστεί να πραγματοποιηθούν. Συνήθως τα μοντέλα με μηχανισμούς “διεξόδου” είναι πιο δύσκολα στην επίλυση τους από εκείνα των μεταβαλλόμενων περιορισμών, όμως η αντικειμενική τους συνάρτηση έχει περισσότερο νόημα.

Αν υποθέσουμε ότι έχουμε ένα πρόβλημα δρομολόγησης όπου η ζήτηση είναι στοχαστική τότε κάθε d_i ζήτηση του κάθε πελάτη αντικαθιστάται από την τυχαία μεταβλητή ξ_i . Η λύση του προβλήματος στην

πρώτη φάση θα ήταν ένα σύνολο από M δρομολόγια όπου ο κάθε πελάτης θα επισκεπτόταν ακριβώς μια φορά. Έπειτα από τον καθορισμό των λύσεων της πρώτης φάσης η πραγματική ζήτηση θα αποκαλύπτονταν. Στην περίπτωση αυτή θα ήταν αδύνατον να εφαρμοστεί η λύση της πρώτης φάσης αφού σε κάποιο σημείο του δρομολογίου θα δημιουργούταν πρόβλημα χωρητικότητας. Μια πιθανή διορθωτική κίνηση – πολιτική δεύτερης φάσης θα ήταν να εκτελούνταν το δρομολόγιο ακολουθώντας την λύση της πρώτης φάσης έως ότου το όχημα γεμίσει. Έπειτα το όχημα επιστρέφει στην αποθήκη και ξεκινάει το επόμενο δρομολόγιο από τον πρώτο πελάτη που δεν επισκέφτηκε στο τελευταίο δρομολόγιο.

Η διορθωτική κίνηση της δεύτερης φάσης μπορεί να οριστεί με διάφορους τρόπους όπως πχ. αντί κατά την εκτέλεση του δρομολογίου να περιμένουμε να γεμίσει το όχημα για να επιστρέψει στην αποθήκη θα μπορούσε κάποιος να προγραμματίσει προληπτικά σταματήματα του δρομολογίου σε στρατηγικά σημεία συνήθως κοντά στην αποθήκη και το όχημα κοντεύει να φτάσει την χωρητικότητά του.

Ένα άλλο τρόπο διορθωτικής κίνησης θα ήταν να επαναπροσδιορίζεται το δρομολόγιο κάθε φορά που θα γέμιζε το όχημα. Μια τέτοιου είδους διορθωτική κίνησης είναι πολύ πιο πολύπλοκη και το αναμενόμενο κόστος δύσκολα συνηπολογίζεται στην διαδικασία εύρεσης λύσης πρώτης φάσης. Η επιλογή της καλύτερης πολιτικής επαναπροσδιορισμού της λύσης συνδέεται άμεσα με την χρονική στιγμή που η πληροφορία του συστήματος είναι διαθέσιμες. Το стоχαστικό πρόβλημα δρομολόγησης συνήθως παρουσιάζεται ως μοντέλο είτε μεικτού ή ακέραίου στοχαστικού προγραμματισμού ή ως Μαρκοβιανή διαδικασία. Όλοι οι γνωστοί ακριβείς αλγόριθμοι ανήκουν στην πρώτη κατηγορία.

4. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ

4.1 Κλασσικό – Ντετερμινιστικό μοντέλο

Το κλασσικό πρόβλημα δρομολόγησης υποθέτουμε χωρίς να περιορίζουμε τη γενικότητα ότι καθορίζεται από ένα γράφο $G\{V, A, D\}$ όπου $V\{0, 1, \dots, n\}$ το σύνολο των κόμβων που αντιπροσωπεύουν τους πελάτες και $A\{(i, j): i, j \in V, i \neq j\}$ το σύνολο των ακμών που συνδέουν τους κόμβους και $D\{d_{i,j}: i, j \in V, i \neq j\}$ η απόσταση των κόμβων αυτών. Υποθέτουμε ότι ο στόλος αποτελείται από N οχήματα και η χωρητικότητα του οχήματος είναι Q . Επίσης υποθέτουμε ότι το L_i αντιπροσωπεύει την ζήτηση στον εκάστοτε κόμβο i . Τέλος με R συμβολίζεται η ακτίνα εμβέλειας του κάθε οχήματος. Το γραμμικό μοντέλο αποτυπώνεται από το σύνολό των παρακάτω εξισώσεων:

$$\min \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij}^k \quad (1)$$

Subject to

$$\sum_{j=2}^n x_{1,j}^k = \sum_{j=2}^n x_{j,1}^k = 1 \quad \forall k = 1, \dots, N \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^N \sum_{j=2}^n x_{i,j}^k = \sum_{k=1}^N \sum_{j=2}^n x_{j,i}^k = 1 \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^N \sum_{i \in S} \sum_{j \notin S} x_{i,j}^k \geq 1 \quad \forall S \subseteq \{1, 2, \dots, n\}, S \neq \emptyset \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=2}^n L_j x_{i,j}^k \leq Q \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=2}^n d_{i,j} x_{ij}^k \leq R \quad (6)$$

Η Αντικειμενική συνάρτηση (1) εκφράζει της ελαχιστοποίηση του κόστους μεταφοράς του συνολικού στόλου. Ο Περιορισμός (2) εξασφαλίζει ότι κάθε όχημα – δρομολόγιο θα πρέπει να ξεκινήσει και να καταλήξει στην αποθήκη και να εξυπηρετήσει τουλάχιστον ένα πελάτη . Ο Περιορισμός (3) εκφράζει το γεγονός ότι όλοι οι πελάτες – κόμβοι εξυπηρετούνται ακριβώς μια φορά και ότι ένα μόνο όχημα θα φτάσει και θα φύγει από τον κόμβο αυτό. Η Συνθήκη (4) διασφαλίζει ότι δεν υπάρχουν λούπες στην λύση. Οι Περιορισμοί (5) και (6) εκφράζουν τον περιορισμό στην χωρητικότητα των οχημάτων καθώς και την χωρική εμβέλεια του δρομολογίου.

4.2 Στοχαστικό μοντέλο

Η γενική μορφή ενός στοχαστικού μοντέλου γραμμικού προγραμματισμού διαφέρει στα κάτωθι: Η αντικειμενική συνάρτηση αποτελείται από δύο τμήματα, εκείνο που εκφράζει την συνάρτηση που θέλουμε να ελαχιστοποιήσουμε στον πρώτο στάδιο και το αναμενόμενο κόστος της διορθωτικής κίνησης του μηχανισμού “διεξόδου” του δεύτερου σταδίου.

Επίσης στο πρόβλημα εισάγονται επιπλέον μεταβλητές απόφασης που εκφράζουν τις μεταβλητές του δεύτερου σταδίου του στοχαστικού προβλήματος. Τέλος το σύνολο των περιορισμών επίσης αυξάνεται προσθέτοντας τους περιορισμούς του προβλήματος του δεύτερου σταδίου.

Μια γενική μορφή ενός στοχαστικού προβλήματος θα μπορούσε να είναι η ακόλουθη:

$$\begin{array}{ll} \min_{x \in \mathbb{R}} cx & + E_{\omega} [\min_{y \in \mathbb{R}} \{qy\}] \\ \text{Subject to } Ax & \sim b \end{array}$$

	$T(\omega)x + Wy \sim h(\omega)$	Περιορισμοί 1ου Σταδίου
$x \in X$	$y \in Y$	Περιορισμοί 2 ^{ου} Σταδίου
Μεταβλητή απόφασης 1 ^{ου} Σταδίου	Μεταβλητή απόφασης 2 ^{ου} Σταδίου	

Η μετατροπή του παραπάνω ντετερμινιστικού μοντέλου σε στοχαστικό απαιτεί αρχικά τον ορισμό της μεταβλητής απόφασης δεύτερου σταδίου που εκφράζει της επιστροφή στην αποθήκη στις περιπτώσεις που απαιτείται επαναπροσδιορισμός του δρομολογίου. Έτσι ορίζεται η μεταβλητή :

$$z_i^k(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{αν στον κόμβο } i \text{ το όχημα } k \text{ θα χρειαστεί επαναπροσδιορισμός} \\ 0 & \text{αν δεν απαιτείται μηχανισμός επαναπροσδιορισμού} \end{cases}$$

Το $\tilde{\omega}$ αντιπροσωπεύει την αβεβαιότητα που σχετίζεται με τα δεδομένα του προβλήματος απόφασης. Δηλαδή το ω είναι τ. μ. που ορίζεται στον δειγματοχώρο (Ω, A, P) όπου $p_{\omega} = P\{\tilde{\omega} = \omega\}$ για κάθε σενάριο όπου $\tilde{\omega} \in \Omega$.

Καθώς και οι συντελεστές της αντικειμενικής συνάρτησης του αναμενόμενου κόστους της διορθωτικής κίνησης:

u_i^k : το κόστος της διορθωτικής κίνησης του δρομολογίου κ στον κόμβο i.

Με τον τρόπο αυτό η αντικειμενική συνάρτηση μετατρέπεται στην ακόλουθη γενικευμένη αντικειμενική συνάρτηση:

$$\min \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{i,j} x_{i,j}^k + E_{\omega} [\min\{u_i^k(z_i^k(\omega))\}] \quad (7)$$

Οι περιορισμοί οι οποίοι μετατρέπονται και επεκτείνονται σε περιορισμούς δεύτερου σταδίου είναι οι (5) και (6) που εκφράζουν τον περιορισμό στην χωρητικότητα των οχημάτων καθώς και την χωρική εμβέλεια του δρομολογίου, όπου θα πρέπει να λάβουμε υπόψη και διορθωτική κίνηση που απαιτείται στο δεύτερο στάδιο.

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=2}^n L_j (x_{i,j}^k + z_i^k(\omega)) \leq Q \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=2}^n d_{i,j} x_{i,j}^k + u_{i,j}^k(z_i^k(\omega)) \leq R \quad (9)$$

5. ON – LINE ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗ ΣΤΟΛΟΥ

Ευρετικοί αλγόριθμοι που έχουν προταθεί για την επίλυση του στοχαστικού προβλήματος δρομολόγησης προσεγγίζουν την λύση με την χρήση της μεθοδολογίας της on – line βελτιστοποίησης. Η προσέγγιση της on – line βελτιστοποίησης σε προβλήματα βελτιστοποίησης σε κατάσταση αβεβαιότητας εφαρμόζεται σε μοντέλα στοχαστικού προγραμματισμού κυρίως πολλαπλών καταστάσεων. Οι on – line αλγόριθμοι βελτιστοποίησης αντιπροσωπεύουν ένα θεωρητικό πλαίσιο για την μελέτη των δια δραστικών συστημάτων. (Ausiello, 2001)

Ένα πρόβλημα βελτιστοποίηση θεωρείται on – line όταν οι πληροφορίες του συστήματος αποκαλύπτονται στιγμιαία και σταδιακά στην διάρκεια εξέλιξης του. Με τη χρήση ενός τέτοιου αλγόριθμου επιθυμούμε να σχεδιάσουμε μια στρατηγική η οποία πάντα αποδίδει ένα αποδεκτό αποτέλεσμα και διατηρεί το σύστημα σε λειτουργική κατάσταση. Ο Ausiello έθεσε και μελέτησε το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή στην on – line μορφή του. Οι αλγόριθμοι «Plan at Home» (Ausiello et al.2000) και «Plan at Home» Generalized Algorithm (Jaillet and Wagner,2007) στοχεύουν στον προσδιορισμό εκείνης της πολιτικής που θα επιφέρει μια αποδοτική στρατηγική για της επίτευξη της δρομολόγησης. Και στις δύο περιπτώσεις ορίζεται ένα κριτήριο το οποίο αξιολογείται κάθε νέα αποκαλυπτόμενη ζήτηση ώστε να αποφασιστεί η μετέπειτα δρομολόγηση. Με το κριτήριο αυτό στην ουσία όταν αποκαλύπτεται η νέα ζήτηση για μεταφορά ο αποφασίζων επιλέγει ανάλογα με την θέση του και την θέση της νέας ζήτησης αν θα επιστρέψει στην αποθήκη για να επαναπροσδιορίσει το δρομολόγιο λαμβάνοντας υπόψη του την νέα ζήτηση ή αν θα αγνοήσει την νέα ζήτηση, ολοκληρώσει την δρομολόγηση του και την λάβει υπόψη του σε νέο δρομολόγιο. Οι αλγόριθμοι αυτοί ανήκουν στην οικογένεια των ντετερμινιστικών on – line αλγορίθμων, εκείνων δηλαδή που παράγουν το ίδιο αποτέλεσμα και τις ίδιες τιμές στην αντικειμενική τους συνάρτηση κάθε φορά που αντιμετωπίζουν την ίδια ακολουθία αιτημάτων.

Στην δική μας προσέγγιση διερευνούμε την αποτελεσματικότητα της διερεύνησης για την κάθε νέα αποκαλυπτόμενη ζήτηση την επιλογή των εναλλακτικών πολιτικών δρομολόγησης. Δηλαδή ο αποφασίζων να λαμβάνει υπόψη του την θέση που βρίσκεται το όχημα η αποθήκη και η νέα ζήτηση και η θέση της τελευταίας ζήτησης του δρομολογίου. Σε δεύτερο επίπεδο να λαμβάνει υπόψη του και την χωρητικότητα του οχήματος στο υπολειπόμενο δρομολόγιο.

6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Μέθοδοι on line βελτιστοποίησης καλύπτουν ανάγκες μοντελοποίησης στοχαστικών προβλημάτων δρομολόγησης και οδηγούν σε ευρετικές διαδικασίες που απαιτούνται για την επίλυση πραγματικών προβλημάτων. Στην λογική αυτή η εργασία αυτή προτείνει έναν ακριβή αλγόριθμο μαθηματικού προγραμματισμού που μπορεί να επιλυθεί με τυπικά εμπορικά πακέτα. Η ανάλυση της ευαισθησίας των παραμέτρων του οδηγεί σε κάποιες μεθοδολογικές προσεγγίσεις που στοχεύουν στην ανάπτυξη της ευρετικής διαδικασίας. Επίσης η προσέγγιση του διπλού ελέγχου στην on – line ευρετική διαδικασία επίσης διερευνάται για την περαιτέρω μελέτη του προβλήματος.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η παρούσα έρευνα έχει συγχρηματοδοτηθεί από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο - ΕΚΤ) και από εθνικούς πόρους μέσω του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του Εθνικού Στρατηγικού Πλαισίου Αναφοράς (ΕΣΠΑ) – Ερευνητικό Χρηματοδοτούμενο Έργο: Ηράκλειτος II. Επένδυση στην κοινωνία της γνώσης μέσω του Ευρωπαϊκού Κοινωνικού Ταμείου. Για το λόγο αυτό οι συγγραφείς εκφράζουν τις ευχαριστίες τους.

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- Altinkemer, K., & Gavish B, 1991. *Parallel savings based heuristics for the delivery problem. Operations Research*, 39(3), 456-469.
- G. Ausiello, E. Feuerstein, S. Leonardi, L. Stougie, and M. Talamo, *Algorithms for the on-line travelling salesman, Algorithmica* 29 (2001), 560–581.
- Barbarosoglou G. & Ozgur D. ,1999. *A tabu search algorithm for the vehicle routing problem. Computers and Operations Research*, 26, 255-270.
- Bertsimas, D. J., Jaillet, P., and Odoni, A.R. ,1990. *A priori optimization . Oper. Res.* 38(3), 1019–1033.
- Bertsimas, D. J., 1992. *A vehicle routing problem with stochastic demand, Oper. Res.* 40(3) , 574–585.
- Bertsimas, D. J., Chervi, P. and Peterson, M., 1995, *Computational approaches to stochastic vehicle routing problems, Trans. Sci.* 29(4) , 342–352.
- Bertsimas, D. J. and Simchi-Levi, D., 1996. *A new generation of vehicle routing research: Robust algorithms, addressing uncertainty”, Oper. Res.* 44(2) , 216–304.
- Bodin L., Golden B., Assad A., Ball M. ,1983. *The state of the art in the routing and scheduling of vehicles and crews. Computers and Operations Research*, 10, 63- 212.
- Christofides N., Mingozzi A.& Toth P. (1979),. *The vehicle routing problem. In N.Christofides, A.Mingozzi, P.Toth & C.Sandi (Eds.), Combinatorial optimization. Chichester: Wiley*
- Clarke G. & Wright J. , 1964. *Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. Operations Research*, 12, 568-581.
- Cordeau J.F., Gendreau M., Laporte G., Potvin J.Y. & Semete F.(2002). *A guide to vehicle routing heuristics. Journal of the Operational Research Society*, 53, 512- 522.
- Cordeau J.F., Gendreau M., Hertz A., Laport G. & Sormany J.S. (2005). *New heuristics for the vehicle routing problem. In A.Langevine & D.Riopel (Eds.), Logistics systems: Design and optimization (pp. 279-298). Wiley and Sons.*
- Destrochers M. & Verhoog T.W. ,198). *A matching based savings algorithm for the vehicle routing problem. Les Cahiers du GERAD G-89-04. Ecole des Hautes Etudes Commerciales de Montreal.*
- Gillett B.E. & Miller L.R. 1974 . *A heuristic algorithm for the vehicle dispatch problem. Operations Research*, 22, 240-349.
- Gendreau, M., Laporte, G. and Se’guin, R. 1996,: *Stochastic vehicle routing, Eur. J. Oper. Res.* 88, 3–12.
- Jaillet P. (1985). *Probabilistic travelling salesman problems. PhD thesis, MIT, Cambridge, MA, USA.*
- Jaillet P. (1988). *A priori solution of a travelling salesman problem in which a random subset of customers are visited. Operations Research;* 36(6):929-36.

- Jaillet, P. and M. Wagner. ,2008.*Generalized Online Routing: New Competitive Ratios, Resource Augmentation and Asymptotic Analyses. Operations Research*, 56, 745-757.
- Lin S. 1965. *Computer solutions of the traveling salesman problem. Bell Systems Technical Journal*, 44, 2245-2269.
- S.Lin and B.W.Kernigham 1973. 'An effective heuristic algorithm for the traveling salesman problem', *Operational Research*, vol.21,pp.498-516.
- Mole R.H. & Jameson S.R. ,1976. A sequential route-building algorithm employing a generalized savings criterion. *Operations Research Quarterly*, 27, 503-511.
- Marinakis Y., Migdalas A. & Pardalos P.M. (2007a). Multiple phase neighborhood, search GRASP based on Lagrangean relaxation and random backtracing Lin Kernigham for the traveling salesman problem. *Journal of Combinatorial Optimization*. (Available on line doi: 10.1007/s10878-007-9104-2).
- Powell WB., Jaillet P., Odoni A., 1995. *Stochastic and dynamic networks and routing*. In: Ball MO, Magnanti TL, Momma CL, Nemhauser GL, editors. *Network routing, handbooks in operations research and management science*, vol 8. Amsterdam: Elsevier Science B.V. p. 141-295.
- Rochat Y. & Taillard E.D., 1995. Probabilistic diversification and intensification in local search for vehicle routing problem. *Journal of Heuristics*, 1. 147-167.
- Taillard E.D. ,1993. Parallel iterative search methods for vehicle routing problems. *Networks*, 23, 661-672.
- Tarantillis C.D. (2005). Solving the vehicle routing problem with adaptive memory programming methodology. *Computers and Operations Research*, 32(9), 2309- 107 2327.
- Tarantillis C.D. & Kiranoudis C.T. (2002). BoneRoute: An adaptive memory-based method for effective fleet management. *Annals of Operations Research*, 115(1), 227-241.
- Wark P. & Holt J. (1994). A repeated matching heuristic for the vehicle routing problem. *Journal of the Operations Research Society*, 45, 1156-1167.
- Xu J. & Kelly J.P. (1996).A new network flow-based tabu search heuristic for the vehicle routing problem. *Transportation Science*, 30, 379-393.