



# Πρόγραμμα Διδακτορικών Υποτροφιών "Ηράκλειτος ΙΙ" Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

## On line αλγόριθμοι δρομολόγησης για στοχαστικά δίκτυα σε πραγματικό χρόνο

Υπ. Διδάκτωρ : Ευαγγελία Χρυσόχου

Επιβλέπων Καθηγητής: Αθανάσιος Ζηλιασκόπουλος

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



# Περιεχόμενα

- Εισαγωγή
- On line βελτιστοποίηση
- Στοχαστικός προγραμματισμός
- Το στοχαστικό πρόβλημα δρομολόγησης
- Στόχοι – Προοπτικές



# Το κλασσικό πρόβλημα δρομολόγησης

## Τυπικό πρόβλημα δρομολόγησης

Πρόβλημα σχεδιασμού βέλτιστης διαδρομής βάση :

- των **διαθέσιμων οχημάτων**,
- της **χωρητικότητας** των οχημάτων
- και της **ζήτησης** που θα πρέπει να εξυπηρετήσουν.

Διαδρομές :

- Το όχημα να επισκέπτεται μια φορά τον κάθε πελάτη,
- Οι διαδρομές να ξεκινούν και να καταλήγουν στην αποθήκη και
- Η συνολική ζήτηση των πελατών να μην ξεπερνάει την χωρητικότητα των οχημάτων ανά δρομολόγιο.
- Το πλήθος των οχημάτων που θα εξυπηρετήσουν την ζήτηση είναι είτε γνωστός εκ των προτέρων είτε μεταβλητή απόφασης του προβλήματος βελτιστοποίησης.



Dantzig & Ramser (1959)



# Μέθοδοι επίλυσης

- Ακριβείς αλγόριθμοι
  - Branch and bound (up to 100 nodes) (Fisher 1994)
  - Branch and cut Crowder, Johnson & Padberg (1983)
- Ευρετικοί
  - Constructive Methods
  - 2-Phase Algorithm
- Μεθευριτικοί
  - Ant Algorithms
  - Constraint Programming
  - Genetic Algorithms
  - Deterministic Annealing
  - Simulated Annealing
  - Tabu Search
    - Granular Tabu
    - The adaptative memory procedure
    - Kelly and Xu



# On line βελτιστοποίηση

- Ένα πρόβλημα βελτιστοποίηση θεωρείται on – line όταν οι πληροφορίες του συστήματος αποκαλύπτονται στιγμιαία και σταδιακά στην διάρκεια εξέλιξης του.
- Οι On – line αλγόριθμοι βελτιστοποίησης αντιπροσωπεύουν ένα θεωρητικό πλαίσιο για την μελέτη των δια δραστικών συστημάτων.
- Με τη χρήση ενός on – line αλγόριθμου επιθυμούμε να σχεδιάσουμε μια στρατηγική η οποία πάντα αποδίδει ένα καλό αποτέλεσμα και διατηρεί το σύστημα σε καλή κατάσταση.



# On line βελτιστοποίηση

- Τα δύο πιο διαδεδομένα μοντέλα είναι το *one by one making decision model* και το *real time model*.
- Στην περίπτωση του *one by one making decision model* η ζήτηση ταξινομείται κατά σειρά και αποκαλύπτεται στον on line αλγόριθμο μια προς μια. Μόνο όταν έχει εξυπηρετηθεί η μία ζήτηση αποκαλύπτεται η επόμενη.
- Στην περίπτωση των *real time model* η ζήτηση αποκαλύπτεται ανά τακτά χρονικά διαστήματα . Ο αλγόριθμος σχεδιάζει το δρομολόγιο γνωρίζοντας την ζήτηση που του έχει αποκαλυφθεί μέχρι εκείνη τη χρονική στιγμή. Οποιαδήποτε στιγμή νέα ζήτηση μπορεί να αποκαλυφθεί. Οι αποφάσεις σχετικά με το δρομολόγιο μπορούν να ανακληθούν μόνο εφόσον δεν τις έχει εκτελέσει.



# Βελτιστοποίηση σε συνθήκες αβεβαιότητας

- Chance Constrained programming (1951)
- Stochastic Programming with recourse(1955)
- Dynamic Programming (1958)
- Robust optimization( πρόσφατα)
- A priori optimization (1989)
- Real time optimization also called re – optimization (1983)



# Το στοχαστικό πρόβλημα δρομολόγησης

- Ο στοχαστικός γραμμικός προγραμματισμός αποτελεί μια προσέγγιση σε πρόβλημα βελτιστοποίησης υπό συνθήκες αβεβαιότητας.
- Το πρόβλημα της δρομολόγησης μετατρέπεται σε στοχαστικό όταν κάποια στοιχεία του προβλήματος θεωρούνται τυχαίες μεταβλητές, όπως η στοχαστική ζήτηση και οι στοχαστικοί χρόνοι διαδρομής.
- Το στοχαστικό πρόβλημα δρομολόγησης διαφέρει από το κλασικό
  - Η γενική μεθοδολογία επίλυσης διαφέρει.
  - Πολλές θεμελιώδεις ιδιότητες του κλασικού προβλήματος δρομολόγησης (VPR) δεν ευσταθούν στην περίπτωση του στοχαστικού και
  - Οι μεθοδολογίες επίλυσης είναι σημαντικά πιο πολύπλοκες.





# Chance Constrained Programming

- Προτάθηκε από τους Charnes & Cooper το 1951
- Στα μοντέλα CCP αναζητείται η λύση του πρώτου σταδίου της οποίας η πιθανότητα αποτυχίας περιορίζεται κάτω από ένα συγκεκριμένο όριο.
- Τα μοντέλα αυτά δεν λαμβάνουν υπόψη τους το κόστος της διορθωτικής κίνησης που απαιτείται στην δεύτερη φάση.
- Πχ. στο πρόβλημα της δρομολόγησης στόλου με στοχαστική ζήτηση ορίζεται από :  
$$Pr\{ \text{η συνολική ζήτηση που ανατέθηκε στο δρομολόγιο } r \leq \text{της χωρητικότητας} \} \geq 1-\alpha$$



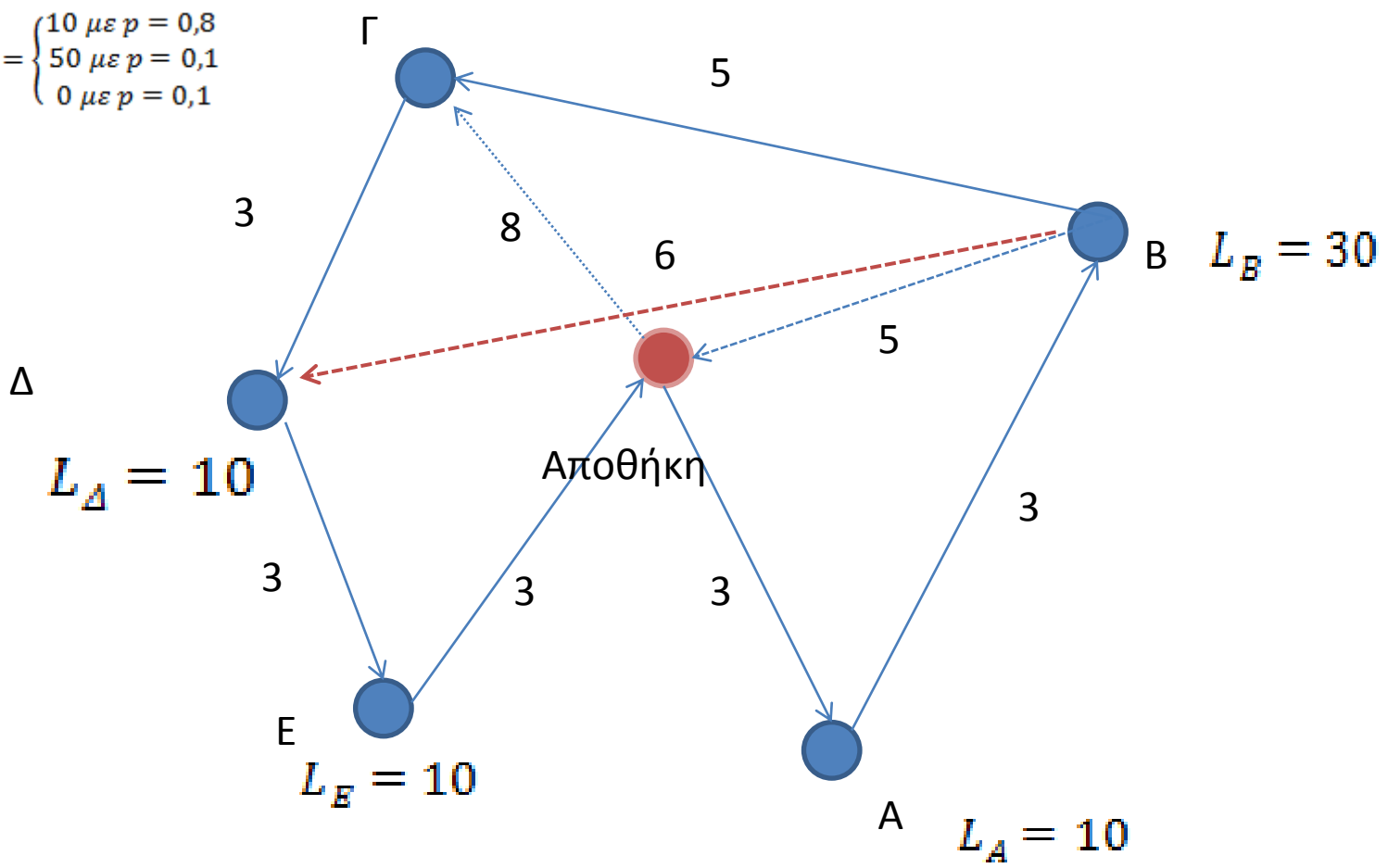
# Stochastic programming with recourse

- Προτάθηκε ανεξάρτητα και σχεδόν παράλληλα από τους Dantzig και Beale το 1955.
- Στα μοντέλα με μηχανισμούς «recourse» ο στόχος είναι να καθοριστεί η λύση της πρώτης φάσης η οποία ελαχιστοποιεί το αναμενόμενο κόστος της λύσης της δεύτερης φάσης.
- Το κόστος αυτό αποτελείται στην ουσία από το κόστος των λύσεων της πρώτης φάσης και το αναμενόμενο καθαρό κόστος των διορθωτικών κινήσεων που θα χρειαστεί να πραγματοποιηθούν.



# Το στοχαστικό πρόβλημα δρομολόγησης

$$L_{\Gamma} = \begin{cases} 10 \text{ με } p = 0,8 \\ 50 \text{ με } p = 0,1 \\ 0 \text{ με } p = 0,1 \end{cases}$$



$Q = 70$  το μέγιστο φορτίο του οχήματος

$L_i = \eta$  ζήτηση του σημείου  $i$



# Μοντέλο Γραμμικού Προγραμματισμού

$$x_{i,j}^k = \begin{cases} 1 & \text{αν το } k \text{ οχήμα πάει από το } i \rightarrow j \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

$$d_{i,j} = \text{απόσταση από } i \rightarrow j$$

$Q$  το μέγιστο φορτίο του οχήματος

$$L_i = \text{η ζήτηση του σημείου } i$$

$R$  η ακτίνα επιρροής του οχήματος

$N$  το πλήθος των οχημάτων

$n$  το πλήθος των σημείων εξυπηρέτησης

$$\min \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{i,j} x_{i,j}^k$$

s.t.

$$\sum_{j=2}^n x_{1,j}^k = \sum_{j=2}^n x_{j,1}^k = 1 \quad \forall k = 1, \dots, N$$

$$\sum_{k=1}^N \sum_{j=2}^n x_{i,j}^k = \sum_{k=1}^N \sum_{j=2}^n x_{j,i}^k = 1 \quad \forall i = 1, \dots, n$$

$$\sum_{k=1}^N \sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{i,j}^k \geq 1 \quad \forall S \subseteq \{1, 2, \dots, n\} \quad S \neq \emptyset$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=2}^n L_j x_{i,j}^k \leq Q$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=2}^n d_{i,j} x_{i,j}^k \leq R$$



# Μορφή στοχαστικού μοντέλου με μηχανισμό «προσφυγής»

$$\min_{x \in \mathbb{R}} cx \quad + \quad E_{\omega} [\min_{y \in \mathbb{R}} \{qy\}]$$

s.t.

$$Ax \quad \sim b \quad \text{first stage constrains}$$

$$T(\omega)x \quad + \quad Wy \quad \sim h(\omega) \quad \text{second stage constrains}$$

$$x \in X$$

$$y \in Y$$

First stage  
Decision  
variables

Second stage  
Decision  
variables



# Το στοχαστικό μοντέλο

$$\min \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij}^k + E_{\omega} [\min\{u^k_i(z_i^k(\omega))\}]$$

s.t.

$$\sum_{j=2}^n x_{1,j}^k = \sum_{j=2}^n x_{j,1}^k = 1 \quad \forall k = 1, \dots, N$$

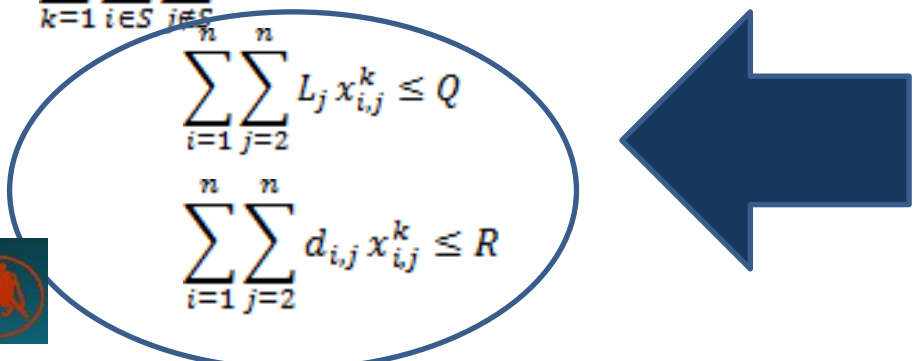
$u^k_i$  : το κόστος της διορθωτικής κίνησης στο κόμβο  $i$

$$\sum_{k=1}^N \sum_{j=2}^n x_{ij}^k = \sum_{k=1}^N \sum_{j=2}^n x_{j,i}^k = 1 \quad \forall i = 1, \dots, n$$

$$\sum_{k=1}^N \sum_{i \in S} \sum_{j \notin S} x_{ij}^k \geq 1 \quad \forall S \subseteq \{1, 2, \dots, n\} \quad S \neq \emptyset$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=2}^n L_j x_{i,j}^k + L_j z_i^k(\omega) \leq Q$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=2}^n d_{i,j} x_{i,j}^k + u^k_i(z_i^k(\omega)) \leq R$$



# Επόμενα βήματα

- Πιστοποίηση του στοχαστικού μοντέλου σε SAMPL και GAMS
- Επέκταση σε στοχαστικό μοντέλο πολλαπλών φάσεων
- Ανάπτυξη μεθευριστικού αλγορίθμου
- Μελέτη ιδιοτήτων, υπολογιστικής πολυπλοκότητας ευρωστίας λύσεων



# Στόχοι - Προοπτικές

- Το στοχαστικό πρόβλημα δρομολόγησης αποτελεί ένα εύρη και πολλά υποσχόμενο ερευνητικό πεδίο
- Πολλές προοπτικές για περαιτέρω καθορισμό των “recourses”
- Μέχρι σήμερα πολύ λίγη έρευνα έχει υλοποιηθεί για την περίπτωση των στοχαστικών χρόνων διαδρομής παρόλο που αποτελεί την πιο προφανή μεταβλητή του προβλήματος.





# Ευχαριστώ για την προσοχή σας

Στοιχεία επικοινωνίας:

email: [echryso@certh.gr](mailto:echryso@certh.gr)



**Ευρωπαϊκή Ένωση**  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Η παρούσα έρευνα έχει συγχρηματοδοτηθεί από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο - ΕΚΤ) και από εθνικούς πόρους μέσω του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του Εθνικού Στρατηγικού Πλαισίου Αναφοράς (ΕΣΠΑ) – Ερευνητικό Χρηματοδοτούμενο Έργο: Ηράκλειτος II . Επένδυση στην κοινωνία της γνώσης μέσω του Ευρωπαϊκού Κοινωνικού Ταμείου.

Back up slides

