



Το στοχαστικό πρόβλημα δρομολόγησης εμπορευματικών μεταφορών

23ο Εθνικό Συνέδριο της Ελληνικής Εταιρίας
Επιχειρησιακών Ερευνών

Χρυσόχου Ευαγγελία, Υ.Δ.
Καθ. Αθανάσιος Ζηλιασκόπουλος

«Διαχείριση Ενεργειακών Πόρων / Συστημάτων»

Εργαστήριο Βελτιστοποίησης Συστημάτων,
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών,
Πολυτεχνική Σχολή Πανεπιστήμιο Βόλου



12 – 14 Σεπτεμβρίου 2012, Αίθουσα Πολυμέσων Κεντρικής Βιβλιοθήκης ΕΜΠ

Το κλασικό πρόβλημα δρομολόγησης

Τυπικό πρόβλημα δρομολόγησης :

Πρόβλημα σχεδιασμού βέλτιστης διαδρομής βάση :

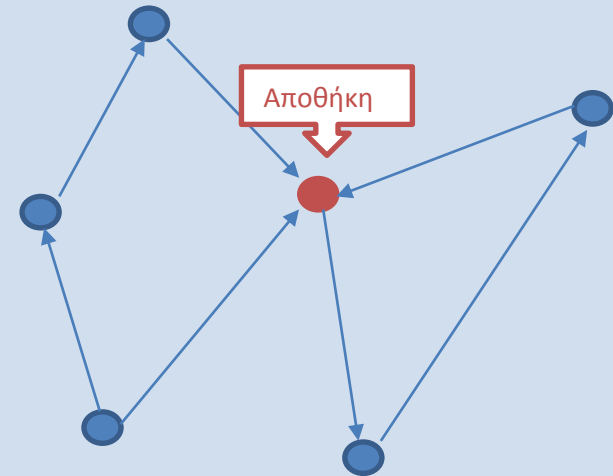
- των **διαθέσιμων οχημάτων**,
- της **χωρητικότητας** των οχημάτων
- και της **ζήτησης** που θα πρέπει να εξυπηρετήσουν.

Διαδρομές :

- Το όχημα να επισκέπτεται μια φορά τον κάθε πελάτη,
- Οι διαδρομές να ξεκινούν και να καταλήγουν στην αποθήκη και
- Η συνολική ζήτηση των πελατών να μην ξεπερνάει την χωρητικότητα των οχημάτων ανά δρομολόγιο.

Το πλήθος των οχημάτων που θα εξυπηρετήσουν την ζήτηση είναι είτε γνωστός εκ των προτέρων είτε μεταβλητή απόφασης του προβλήματος βελτιστοποίησης.

Dantzig και Ramser (1959)



NP – hard πρόβλημα
Αλγόριθμοι:
Ευρετικοί
Μεθευρετικοί
Γενετικοί
Εξελικτικοί

- **Κλασικοί Ευρετικοί** οι οποίοι αναπτύχθηκαν κυρίως μεταξύ 1960 και 1990.
 - (Altinkemer & Gavish 1991, Bodin & Golden 1981, Bodin et al. 1983, Christofides Mingozzi & Toth 1979, Clarke & Wright 1964, Destrochers & Verhoog 1989, Fisher & Jaikumar 1981, Foster & Ryan 1976, Gillett & Miller 1074. Lin 1965, Lin & Kernighan 1973, Mole & Jameson 1976, Wark & Holt 1994)
- **Μεθευρετικοί** οι οποίοι αναπτύχθηκαν τα τελευταία δεκαπέντε χρόνια. Οι μεθευρετικοί αλγόριθμοι ταξινομούνται σε κατηγορίες βασιζόμενοι στην **στρατηγική** που χρησιμοποιούν.
 - Η μέθοδος **Tabu Search** χρησιμοποιείται πιο συχνά στο πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή και πολλοί ερευνητές έχουν προτείνει αλγορίθμους βασιζόμενοι σε αυτήν την μέθοδο
 - (Barbarosoglou & Ozgur 1999, Cordeau, Gendreau, Laporte, Potvin & Semete 2002, Gendreau, Hertz & Laporte 1994, Osman 1993, Rego 1998, Rego 2001, Taillard 1993, Toth & Vigo 2003, Xu & Kelly 1996).
 - Πολλοί αποτελεσματικοί αλγόριθμοι βασίζονται στην ιδέα **Adaptive Memory** σύμφωνα με την οποία δημιουργούνται υψηλής απόδοσης VRP λύσεις και στη συνέχεια αντικαθίστανται από λύσεις που προήλθαν από τις μεθόδους που αναφέρθηκαν.
 - (Rochat & Taillard 1995, Tarantillis 2005, Tarantillis & Kiranoudis 2002).
 - Τα τελευταία δέκα χρόνια μεγάλος αριθμός μεθευρετικών αλγορίθμων, οι οποίοι εμπνέονται από τους νόμους της φύσης, απευθύνονται στο πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή.



Το στοχαστικό πρόβλημα δρομολόγησης

- Ο στοχαστικός γραμμικός προγραμματισμός αποτελεί μια προσέγγιση σε πρόβλημα βελτιστοποίησης υπό συνθήκες αβεβαιότητας.
- Το πρόβλημα της δρομολόγησης μετατρέπεται σε στοχαστικό όταν κάποια στοιχεία του προβλήματος θεωρούνται **τυχαίες μεταβλητές**, όπως η στοχαστική ζήτηση και οι στοχαστικοί χρόνοι διαδρομής.
- Το στοχαστικό πρόβλημα δρομολόγησης διαφέρει από το κλασικό
 - Η γενική μεθοδολογία επίλυσης διαφέρει.
 - Πολλές θεμελιώδεις ιδιότητες του κλασικού προβλήματος δρομολόγησης (VPR) δεν ευσταθούν στην περίπτωση του στοχαστικού και
 - Οι μεθοδολογίες επίλυσης είναι σημαντικά πιο πολύπλοκες.

Το στοχαστικό πρόβλημα δρομολόγησης

Δύο τύποι μοντέλων εφαρμόζονται στον στοχαστικό προγραμματισμό:

- WAIT – AND – SEE
- HERE – AND – NOW

BERTSIMA “A – PRIORI OPTIMIZATION”

*Πρόβλημα στοχαστικού προγραμματισμού
Μοντελοποίηση 2 – φάσεων*

Στο πρώτο στάδιο μια εκ των προτέρων λύση (a priori solution) καθορίζεται ενώ στο δεύτερο στάδιο μια διορθωτική κίνησης (recourse policy) εφαρμόζεται στις λύσεις του πρώτου σταδίου.

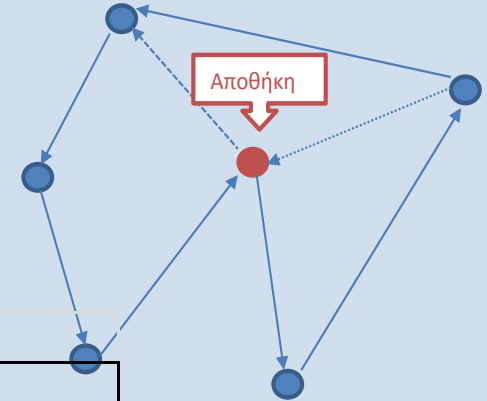
$$G(V, E)$$

S ενδεχόμενο με πιθανότητα $p(S)$

U μέθοδο επαναπροσδιορισμού

Μια εφικτή λύση $t_f(S)$ με κόστος $L_f(S)$

$$E[L_f(S)] = \sum_{S \in \mathcal{S}} P(S) L_f(S)$$



Έτος	Συγγραφέας
1985	Jaillet (PhD Thesis)
	Jezequel (MSc Dissertation)
1987	Jaillet (PhD Thesis)
	Rossi Gavioli
1988	Jaillet, Odoni
	Berman Simchi – Levi
	Bertsimas(PhD Thesis)
1990	Bertimas, Jaillet Odoni
1993	Bertimas, Howell
1992	Seguin (PhD Thesis)
1994	Laporte Louveaux, Mercure
1995	Gendruau, Laporte, Seguin
1996	Gendruau, Laporte, Seguin
2006	Bianchi(Hybrid metaheuristic
2010	Erera

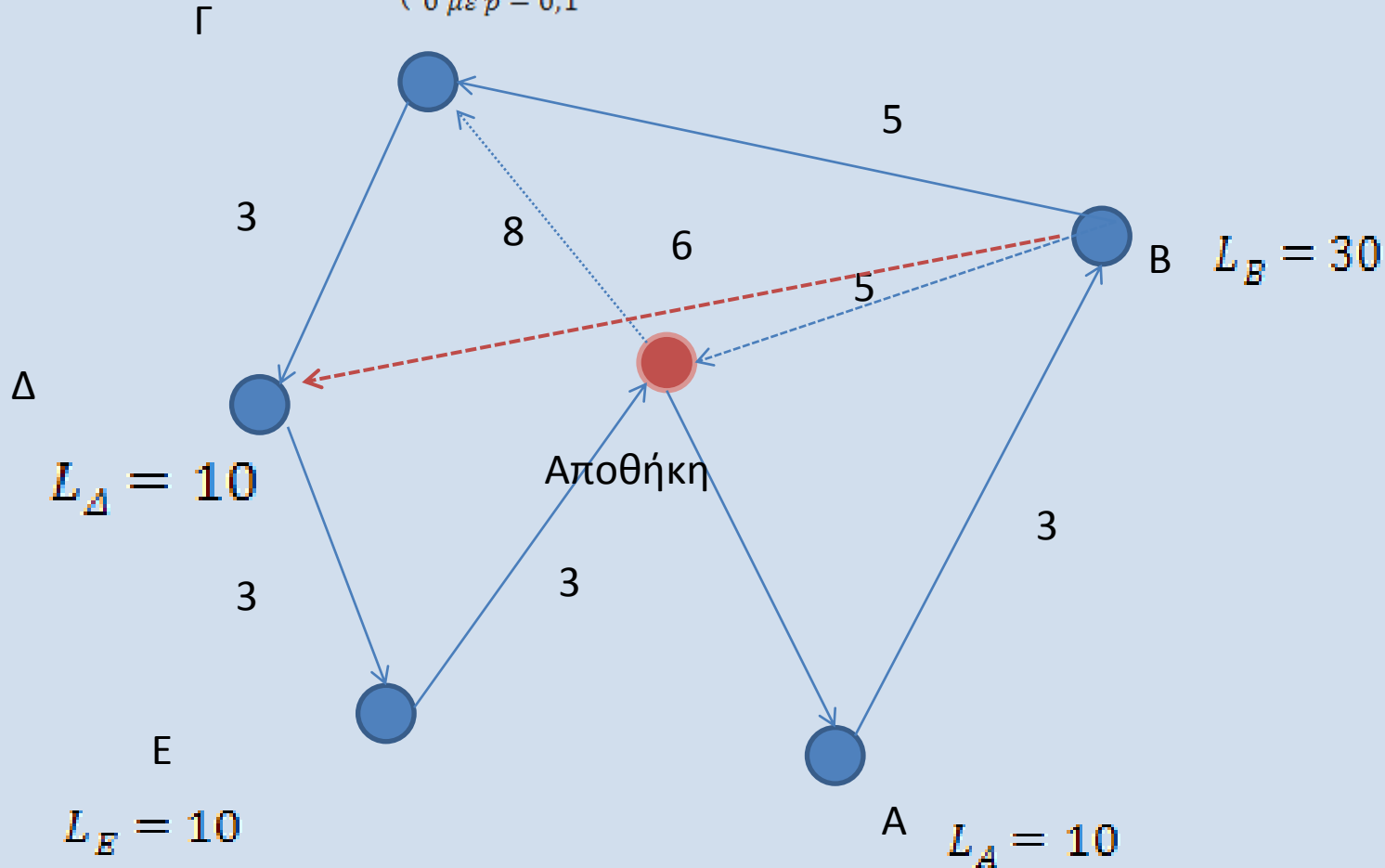
Το στοχαστικό πρόβλημα δρομολόγησης

- Τα προβλήματα στοχαστικού προγραμματισμού συνήθως μοντελοποιούνται είτε με την τεχνική (**Change Constrained Programming**) είτε με στοχαστικό προγραμματισμό μέσω του λεγόμενου μηχανισμού “recourse” (**Stochastic Programming with recourse**)
- Στα μοντέλα **CCP** αναζητάτε η λύση του πρώτου σταδίου της οποίας η πιθανότητα αποτυχίας περιορίζεται κάτω από ένα συγκεκριμένο όριο. Τα μοντέλα αυτά δεν λαμβάνουν υπόψη τους το κόστος της διορθωτικής κίνησης που απαιτείται στην δεύτερη φάση.
- Στα μοντέλα με μηχανισμούς «recourse» ο στόχος είναι να καθοριστεί η λύση της πρώτης φάσης η οποία ελαχιστοποιεί το αναμενόμενο κόστος της λύσης της δεύτερης φάσης. Το κόστος αυτό αποτελείται στην ουσία από το κόστος των λύσεων της πρώτης φάσης και το αναμενόμενο καθαρό κόστος των διορθωτικών κινήσεων που θα χρειαστεί να πραγματοποιηθούν.
- Τυπικά τα μοντέλα με μηχανισμούς recourse είναι πιο δύσκολα στην επίλυση τους από εκείνα των change constrains, όμως η αντικειμενική τους συνάρτηση έχει περισσότερο νόημα.

Το στοχαστικό πρόβλημα δρομολόγησης

$$L_{\Gamma} = \begin{cases} 10 \text{ με } p = 0,8 \\ 50 \text{ με } p = 0,1 \\ 0 \text{ με } p = 0,1 \end{cases}$$

$L_i = \eta \text{ ζήτηση του σημείου } i$



$Q = 70$ το μέγιστο φορτίο του οχήματος

Μοντέλο Γραμμικού προγραμματισμού

$$x_{i,j}^k = \begin{cases} 1 & \text{αν το } k \text{ οχήμα πάει από το } i \rightarrow j \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}$$

$$d_{i,j} = \text{απόσταση απο } i \rightarrow j$$

Q το μέγιστο φορτίο του οχήματος

$$L_i = \eta \text{ ζήτηση του σημείου } i$$

R η ακτίνα επιρροής του οχήματος

N το πλήθος των οχημάτων

n το πλήθος των σημείων εξυπηρέτησης

$$\min \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{i,j} x_{i,j}^k$$

s.t.

$$\sum_{j=2}^n x_{1,j}^k = \sum_{j=2}^n x_{j,1}^k = 1 \quad \forall k = 1, \dots, N$$

$$\sum_{k=1}^N \sum_{j=2}^n x_{i,j}^k = \sum_{k=1}^N \sum_{j=2}^n x_{j,i}^k = 1 \quad \forall i = 1, \dots, n$$

$$\sum_{k=1}^N \sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{i,j}^k \geq 1 \quad \forall S \subseteq \{1, 2, \dots, n\} S \neq \emptyset$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=2}^n L_j x_{i,j}^k \leq Q$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=2}^n d_{i,j} x_{i,j}^k \leq R$$

Μορφή στοχαστικού μοντέλου simple recourse model

$$\begin{aligned} & \min_{x \in R} cx \quad + \quad E_{\omega} [\min_{y \in R} \{ay\}] \\ \text{s.t.} \quad & Ax \quad \sim b \quad \text{First stage constrains} \\ & T(\omega)x \quad + \quad Wy \quad \sim h(\omega) \quad \text{second stage constrains} \\ & x \in X \quad \quad \quad y \in Y \end{aligned}$$

First stage
Decision
variables

Second stage
Decision
variables

Το στοχαστικό μοντέλο

$$\min \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij}^k + E_{\omega} [\min\{u^k_i(z_i^k(\omega))\}]$$

s.t.

$$\sum_{j=2}^n x_{1,j}^k = \sum_{j=2}^n x_{j,1}^k = 1 \quad \forall k = 1, \dots, N$$

u^k_i : το κόστος της διορθωτικής κίνησης στο κόμβο i

$$\sum_{k=1}^N \sum_{j=2}^n x_{ij}^k = \sum_{k=1}^N \sum_{j=2}^n x_{ji}^k = 1 \quad \forall i = 1, \dots, n$$

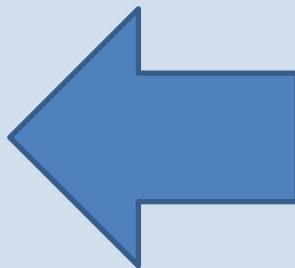
$$\sum_{k=1}^N \sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij}^k \geq 1 \quad \forall S \subseteq \{1, 2, \dots, n\} \quad S \neq \emptyset$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=2}^n L_j x_{ij}^k + L_j z_i^k(\omega) \leq Q$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=2}^n L_j x_{ij}^k \leq Q$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=2}^n d_{i,j} x_{ij}^k \leq R$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=2}^n d_{i,j} x_{ij}^k + u^k_i(z_i^k(\omega)) \leq R$$





On line βελτιστοποίηση

- Ένα πρόβλημα βελτιστοποίηση θεωρείται on – line όταν οι πληροφορίες του συστήματος αποκαλύπτονται στιγμιαία και σταδιακά στην διάρκεια εξέλιξης του.
- Οι On – line αλγόριθμοι βελτιστοποίησης αντιπροσωπεύουν ένα θεωρητικό πλαίσιο για την μελέτη των δια δραστικών συστημάτων.
- Με τη χρήση ενός on – line αλγόριθμου επιθυμούμε να σχεδιάσουμε μια στρατηγική η οποία πάντα αποδίδει ένα καλό αποτέλεσμα και διατηρεί το σύστημα σε καλή κατάσταση.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
ανάπτυξη στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ



ΕΣΠΑ
2007-2013
Πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Αλγόριθμοι on – line δρομολόγησης

Plan at Home Algorithm (Ausiello et al.2000)

Όποτε το όχημα βρίσκεται στην αποθήκη υπολογίζεται μια a priori λύση για το σύνολο των πελατών που είναι γνωστών μέχρι εκείνη τη στιγμή και δεν έχουν εξυπηρετηθεί.

Αν τη χρονική στιγμή t_i για κάποια i εμφανίζεται νέα ζήτηση ο διανομέας θα πρέπει να εκτελέσει μι από τις ακόλουθες δύο κινήσεις:

- Αν η απόσταση $d(l_i, o) > d(p, o)$ το όχημα επιστρέφει στην αποθήκη και εκτελείται η διαδικασία της εύρεσης νέας a priori λύσης
- Αν η απόσταση $d(l_i, o) \leq d(p, o)$ το όχημα αγνοεί το i πελάτη ολοκληρώνει την διαδρομή και όταν επιστρέφει στην αποθήκη λαμβάνει υπόψη του το i πελάτη.

Plan at Home Generalized Algorithm (Jaillet Wagner,2007)

- Όποτε το όχημα βρίσκεται στην αποθήκη υπολογίζεται μια p approximate λύση για το σύνολο των πελατών που είναι γνωστών μέχρι εκείνη τη στιγμή και δεν έχουν εξυπηρετηθεί.
- Αν τη χρονική στιγμή t_i για κάποια i εμφανίζεται νέα ζήτηση ο διανομέας θα πρέπει να εκτελέσει μι από τις ακόλουθες δύο κινήσεις ανάλογα με την θέση που έχει το όχημα και την θέση της πιο απομακρυσμένη ζήτηση της στιγμής

$$l_i^* = \arg \max_{\{l_i^j \mid 1 \leq j \leq k(i)\}} d(o, l_i^j)$$

- Αν η απόσταση $d(l_i, o) > d(p, o)$ το όχημα επιστρέφει στην αποθήκη και εκτελείται η διαδικασία της εύρεσης νέας a priori λύσης
- Αν η απόσταση $d(l_i, o) \leq d(p, o)$ το όχημα αγνοεί το i πελάτη ολοκληρώνει την διαδρομή και όταν επιστρέφει στην αποθήκη λαμβάνει υπόψη του το i πελάτη.

Ευχαριστώ για την προσοχή σας

email: echryso@certh.gr



Η παρούσα έρευνα έχει συγχρηματοδοτηθεί από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο - ΕΚΤ) και από εθνικούς πόρους μέσω του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του Εθνικού Στρατηγικού Πλαισίου Αναφοράς (ΕΣΠΑ) – Ερευνητικό Χρηματοδοτούμενο Έργο: Ηράκλειτος II . Επένδυση στην κοινωνία της γνώσης μέσω του Ευρωπαϊκού Κοινωνικού Ταμείου.