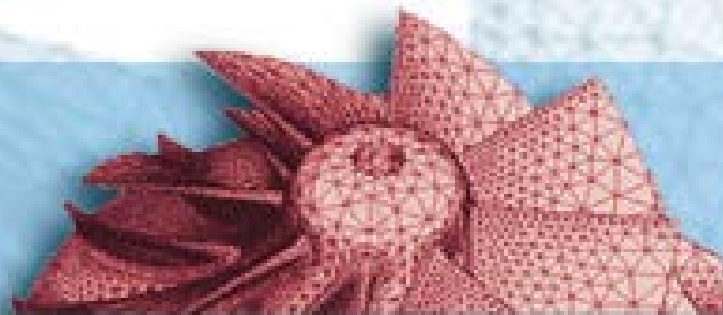


# «On – line αλγόριθμοι δρομολόγησης για στοχαστικά δίκτυα σε πραγματικό χρόνο : Η περίπτωση της συνδυαστικής διαχείρισης της διανομής προϊόντων και εφοδιασμού αποθηκών σε συνθήκες αβεβαιότητας»

“On line – real time routing algorithms for stochastic networks : The case of Stochastic Inventory Routing Problem”



  
Πρόγραμμα Διδακτορικών Υποτροφιών “Ηράκλειτος II”  
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Ημερίδα παρουσίασης διδακτορικών διατριβών των υποτρόφων του προγράμματος “Ηράκλειτος II”

Παρασκευή 8 Μαΐου 2015

Ευαγγελία Χρυσόχου , Υποψήφια Διδάκτωρ ,  
Αναλύτρια Επιχειρησιακής Έρευνας ΕΚΕΤΑ /ΙΜΕΤ  
Καθ. Αθανάσιος Ζηλιασκόπουλος, Επιβλέπων,  
Πρόεδρος & Διευθύνων Σύμβουλος TRAINOΣΕ Α.Ε.  
Καθηγητής τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών  
Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας



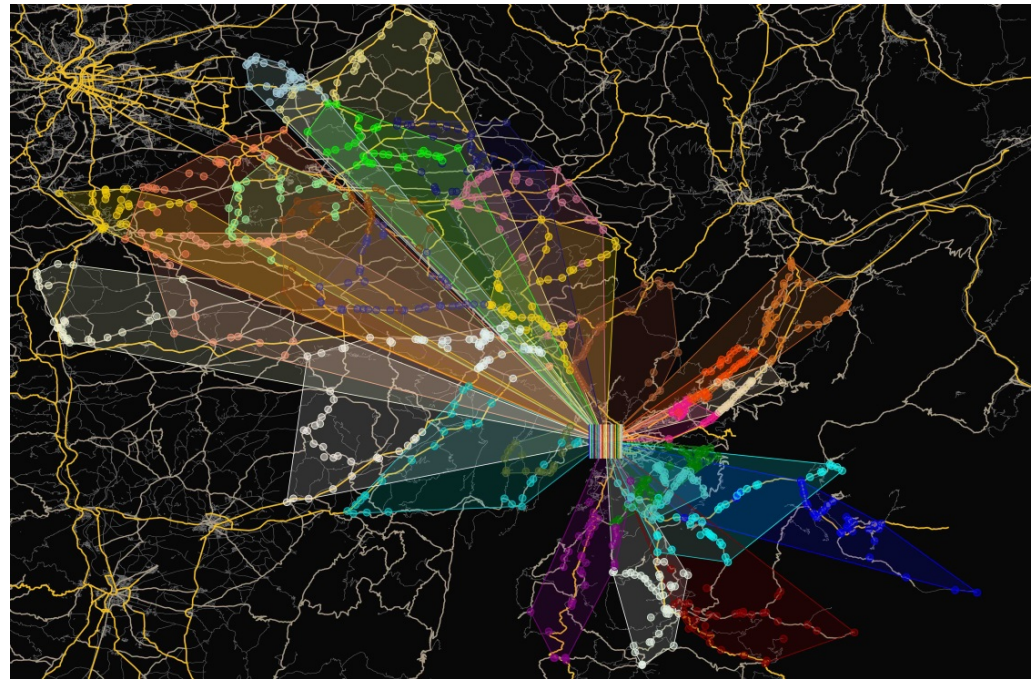
## Το γενικό πρόβλημα της δρομολόγησης στόλου



### THE TRUCK DISPATCHING PROBLEM\*

G. B. DANTZIG<sup>1</sup> AND J. H. RAMSER<sup>2</sup>

The paper is concerned with the optimum routing of a fleet of gasoline delivery trucks between a bulk terminal and a large number of service stations supplied by the terminal. The shortest routes between any two points in the system are given and a demand for one or several products is specified for a number of stations within the distribution system. It is desired to find a way to assign stations to trucks in such a manner that station demands are satisfied and total mileage covered by the fleet is a minimum. A procedure based on a linear programming formulation is given for obtaining a near optimal solution. The calculations may be readily performed by hand or by an automatic digital computing machine. No practical applications of the method have been made as yet. A number of trial problems have been calculated, however.





## Το γενικό πρόβλημα της δρομολόγησης στόλου

### Τυπικό πρόβλημα δρομολόγησης

Πρόβλημα σχεδιασμού βέλτιστης διαδρομής βάση :

- των **διαθέσιμων οχημάτων**,
- της **χωρητικότητας** των οχημάτων
- και της **ζήτησης** που θα πρέπει να εξυπηρετήσουν.

### Διαδρομές :

- Το όχημα να επισκέπτεται μια φορά τον κάθε πελάτη,
- Οι διαδρομές να ξεκινούν και να καταλήγουν στην αποθήκη και
- Η συνολική ζήτηση των πελατών να μην ξεπερνάει την χωρητικότητα των οχημάτων ανά δρομολόγιο.
- Το πλήθος των οχημάτων που θα εξυπηρετήσουν την ζήτηση είναι είτε γνωστός εκ των προτέρων είτε μεταβλητή απόφασης του προβλήματος βελτιστοποίησης.





## Exact Methods

- Vehicle Flow Formulation
  - 2 index formulation flow
  - 3 index formulation flow
- Commodity Flow Formulation
  - One commodity flow formulation
  - Two commodity flow formulation
- Set Partitioning Formulation
- Capacity Index Formulation

## Heuristic Methods

- Constructive Algorithm
  - Greedy
  - Nearest Neighbor
  - Clarke & Wright Savings
  - Insertion
  - Sweep
- Improvement
  - Local Search
  - GENI

## Metaheuristic Methods

Tabu Search

Ant Colony

Genetic

Random Optimization

Simulated Annealing







## “στοχαστικό μοντέλο” “αιτιοκρατικό μοντέλο”

**Τυχαιότητα**

**Συνθήκες αβεβαιότητας**

**Πλήρης καθορισμένοι  
παράμετροι**

**Καθολική γνώση  
των μελλοντικών**

Πρωτεύον στόχος :

« Ανάλυση και μελέτη της **στοχαστικότητας** στην ανάπτυξη μοντέλων & αλγορίθμων για προβλήματα δρομολόγησης»





# Μεθοδολογικές Προσεγγίσεις

## Στοχαστικός Προγραμματισμός

- Προάγεται ως επέκταση του ακέραιου προγραμματισμού
- Κάποιες από τις παραμέτρους του μοντέλου θεωρούνται τυχαίες μεταβλητές
- Chance Constraint Programming (*Robust Optimization*)
- SP with “recourse” ( 2 – stage SP, multi – stage SP)

## On line Βελτιστοποίηση

- Οι πληροφορίες αποκαλύπτονται στιγμιαία και σταδιακά
- Θεωρητικό πλαίσιο μελέτης διαδραστικών συστημάτων
- Σχεδιασμός στρατηγικής όπου αποδίδει ένα κάλο αποτέλεσμα και διατηρεί το σύστημα σε καλή κατάσταση





# Vendor Managed Inventory

*“Επιχειρηματικό μοντέλο που στόχο του έχει να μειώσει τα κόστη διαχείρισης της εφοδιαστικής αλυσίδας – logistics δίνοντάς της ταυτόχρονα προστιθέμενη αξία”*

**“Win - Win Situation”**





## “Συνδυαστική διαχείριση του ανεφοδιασμού των αποθηκών & της διανομής προϊόντων”

### ΒΑΣΙΚΑ ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

- Τι ποσότητα προϊόντων να παραδοθεί σε κάθε πελάτη;
- Κάθε πότε πρέπει να παραδίδει προϊόντα σε κάθε πελάτη;
- Ποιο θα πρέπει να είναι το πλάνο διανομής κάθε φορά υλοποιείται ένα δρομολόγιο.







Το πρόβλημα εμφανίζεται στην βιβλιογραφία με τα άρθρα των **Bell et al.(1983)** και **Federgruen & Zipkin (1984)** .

Σύμφωνα με όσα γνωρίζουμε υπάρχουν δυο πολύ πρόσφατες δημοσιεύσεις βιβλιογραφικής ανασκόπησης στο πρόβλημα IRP εκείνη των **Andersson et al.(2010)** εστιάζοντας σε επιχειρηματικά μοντέλα και κατηγοριοποίηση των προβλημάτων και εκείνη των **Coelho et al. (2014)** που εστιάζει κυρίως στην παρουσίαση των μεθόδων και των αλγορίθμων που έχουν προταθεί.

**Bertazzi ,Paletta and Speranza(2002)** εισαγάγουν την πολιτική VMI policy the deterministic Order – Up – to level.

**Arhetti et al. (2007)** αναπτύσσουν τον πρώτο ακριβή αλγόριθμο που βασίζεται στην πολιτική OU-Policy.

**Coelho & Laporte (2012)** εισαγάγουν την ιδέα να συμπεριληφθεί και η πολιτική της μεταφόρτωσης στο μοντέλο IRP και αναπτύσσουν έναν ακριβή μοντέλο επίλυσης αλλά και έναν ALNS metaheuristic .



**CIRRELT**

La science des réseaux  
The Science of Networks



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BRESCIA





1. Andersson, H., Hoff, A., Christiansen, M., Hasle, G., Løkketangen, A., 2010. Industrial aspects and literature survey: combined inventory management and routing. ***Computers and Operations Research*** 37, 1515–1536.
2. C. Archetti, L. Bertazzi, G. Laporte, and M. G. Speranza. A branch-and-cut algorithm for a vendor-managed inventory-routing problem. ***Transportation Science***, 41 (3):382–391, 2007.
3. L. C. Coelho and G. Laporte. The exact solution of several classes of inventory routing problems. ***Computers & Operations Research***, 40 (2):558–565, 2013.
4. L. C. Coelho, J.-F. Cordeau, and G. Laporte. Thirty years of inventory-routing. ***Transportation Science***, 48(1):1-19, 2014.
5. Bertazzi, L., Paletta, G., Speranza, M.G., 2002. Deterministic order-up-to level policies in an inventory routing problem. ***Transportation Science*** 36, 119–132.
6. Federgruen, A., Zipkin, P., 1984. A combined vehicle routing and inventory allocation problem. ***Operations Research*** 32, 1019–1032.
7. Bell WJ, Dalberto LM, Fisher ML, Greenfield AJ, Jaikumar R, Kedia P, Mack RG, Prutzman PJ (1983) Improving the distribution of industrial gases with an on-line computerized routing and scheduling optimizer. ***Interfaces*** 13:4–23
8. Solyalı, O., H. Sural. 2008. A branch-and-cut algorithm using a strong formulation and an a priori tour based heuristic for an inventory-routing problem. ***Transportation Science***, 45 (3):335–345, 2011.



# without OU Policy

$$\text{minimize } \sum_{t \in T} \sum_{i \in V} h_i I_i^t + \sum_{t \in T} \sum_{i \in V} \sum_{\substack{i \in V \\ i \neq j}} c_{ij} x_{i,j}^t$$

$$I_1^t \geq 0 \forall t \in T$$

$$I_i^t \geq I_i^{t-1} + r^t - \sum_{i \in V'} q_i^t \forall t \in T$$

$$I_i^t \geq 0 \forall t \in T, \forall i \in V'$$

$$I_i^t \geq I_i^{t-1} + q_i^t - d_i^t \forall t \in T, \forall i \in V'$$

$$I_i^t \leq C_i \forall t \in T, \forall i \in V'$$

$$\sum_{i \in V'} q_i^t \leq C \forall t \in T$$

$$\sum_{t \in T} q_i^t \geq \sum_{t \in T} d_i^t - I_i^0, \forall i \in V'$$

$$q_i^t \leq y_i^t \sum_{j=t}^H d_i^j, \forall i \in V', \forall t \in T$$

$$\sum_{j=1}^t q_i^j \leq I_i^0 + \sum_{j=1}^t r^j, \forall t \in T, \forall i \in V'$$

$$\sum_{t \in T} \sum_{j \in V'} x_{i,j}^t \leq H$$

$$\sum_{j \in V'} x_{i,j}^t \leq y_i^t \forall t \in T$$

$$\sum_{j \in V'} x_{i,j}^t + \sum_{j \in V'} x_{j,i}^t = 2y_i^t \forall t \in T, \forall i \in V'$$

$$x_{i,j}^t \leq y_i^t \forall t \in T, \forall i, j \in V'$$

$$x_{i,j}^t \leq y_j^t \forall t \in T, \forall i, j \in V'$$

$$C(1 - x_{i,j}^t) + u_i^t \geq u_j^t + q_j^t \quad \forall i, j \in V': i \neq j, t \in T$$

$$q_i^t \leq u_i^t \quad \forall i, j \in V', t \in T$$

$$u_i^t \leq y_i^t * C \quad \forall i \in V', t \in T$$

$$y_i^t \leq y_i^1 \forall t \in T, \forall i \in V'$$

$$q_i^t, u_i^t \geq 0 \forall i \in V', t \in T$$

$$x_{i,j}^t \in \{0,1\} \forall i, j \in V': i \neq j, t \in T$$

$$y_i^t \in \{0,1\} \forall i \in V, t \in T$$



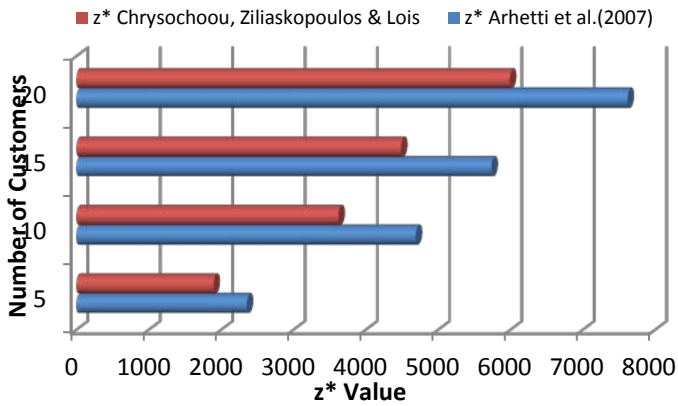


IBM ILOG CPLEX Optimization Studio 12.4.

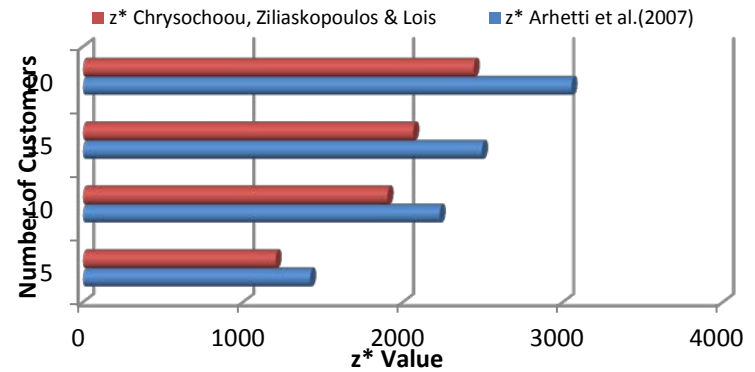
Benchmark instances of Arhetti et al. (2007) χρησιμοποιήθηκαν για να αξιολογηθεί η αποδοτικότητα των προτεινόμενων έγκυρων περιορισμών (valid inequalities).

### High Inventory Cost

H = 3 periods

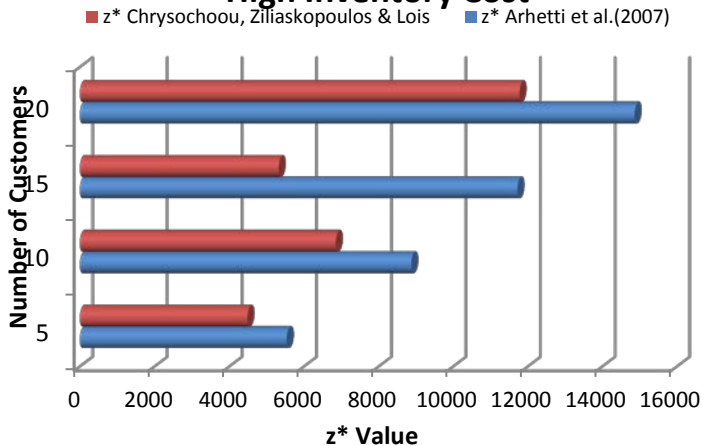


### Low Inventory Cost

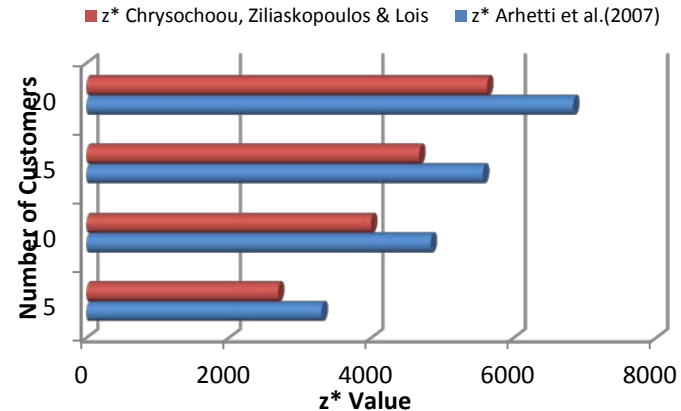


### High Inventory Cost

H = 6 periods



### Low Inventory Cost







# Stochastic IRP with transshipment

A two stage stochastic programming model :

$$\min_x C^T x + E_\omega(x, \omega)$$

s.t.

$$Ax = b$$

$$x > 0,$$

where

$$Q(x, \omega) = \min_y d_\omega^T y$$

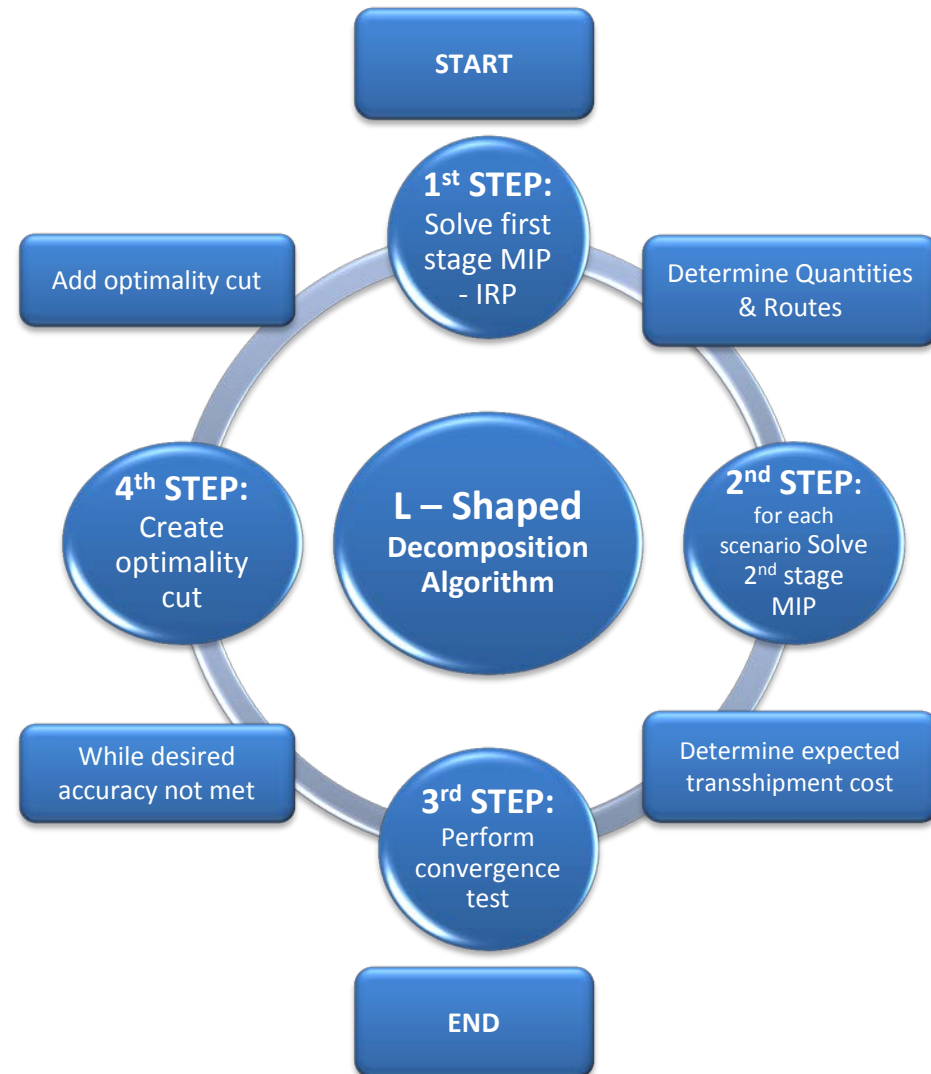
s.t.

$$T_\omega x + W_\omega y = h_\omega$$

$$y > 0.$$

**First stage model** constitute an mixed integer inventory routing problem

**Second stage model** constitute the assignment of lateral transshipment



$$\text{minimize } \sum_{t \in T} \sum_{i,j} a * c_{ij} w_{ij}^t(\omega)$$

$$I_i^t - \sum_{k \in V'} w_{ik}^t(\omega) + \sum_{k \in V} w_{ki}^t(\omega) \geq 0, \forall t \in T, \forall i \in V$$

$$I_i^t = I_i^{t-1} - \sum_{\substack{k \in B \\ k \neq i}} w_{ik}^t(\omega) + \sum_{\substack{k \in A \\ k \neq i}} w_{ki}^t(\omega) + q_i^t - d_i^t(\omega) \forall t \in T, \forall i \in V'$$

$$\sum_{t \in T} q_i^t + I_i^0 - \sum_{\substack{k \in B \\ k \neq i}} z_{ik}^t(\omega) + \sum_{\substack{k \in A \\ k \neq i}} z_{ki}^t(\omega) = \sum_{t \in T} d_i^t(\omega), \forall i \in V'$$

**Algorithm:** The L – shaped algorithm for stochastic inventory with transshipment

- 1: **for** t=0
- 2:   **compute** the IRP plan by solving the first stage decision process (Obj. Function: (12) s.t. (13) - (34))
- 3:   **for** each scenario  $\omega \in \Omega$  **do** identify if feasibility cuts are required
- 4:     **compute** the dual multiplier and produce the feasibility cut
- 5:     **add** feasibility cut to the master problem
- 6:   **endfor**
- 7:   **for** each scenario  $\omega \in \Omega$  **solve** the sub problem (Obj. Function: (35) st. (36) – (38))
- 8:     **compute** optimal value and optimal dual value
- 9:   **endfor**
- 10: **compute** UB and execute convergence test
- 11: **If**  $\frac{UB-LB}{1-LB} \leq 0.001$  **then**
- 12:   **Stop** required accuracy achieved
- 13:   **Return**  $\bar{x}^v$
- 14: **Endif**
- 15: **solve** the master problem Objective function (43)
- 16: **add** Optimality cuts
- 17: **Compute** optimal values and LB
- 18: **return** to 11
- 19: **endfor**

**Table 1.** Computational results of the L - Shaped approach.

Scenario	Customers	High Inventory cost				Low Inventory cost			
		CPU (s)	#Optim	Gap	Bender Cuts	CPU (s)	#Optim	Gap	Bender Cuts
p=3	5	213	10 // 10	0.0	15	219	10 // 10	0.0	18
	10	257	10 // 10	0.0	58	264	10 // 10	0.0	68
	15	468	8 // 10	0.0	136	479	9 // 10	0.0	154
p=5	20	1235	9 // 10	0.2	686	1277	7 // 10	0.6	755
	5	276	10 // 10	0.0	45	282	10 // 10	0.0	54
	10	318	10 // 10	0.0	254	330	10 // 10	0.0	279
	15	674	8 // 10	5.6	508	690	8 // 10	7.4	589
20	5076	9 // 10	9.78	1749	5223	8 // 10	13.0	1959	



Παρουσιάσεις – Ανακοινώσεις

1. Χρυσόχοου Ε. & Ζηλιασκόπουλος Α. (2012), "Το стоχαστικό πρόβλημα δρομολόγησης εμπορευματικών μεταφορών", 23ο Εθνικό Συνέδριο της Ελληνικής Εταιρίας Επιχειρησιακών Ερευνών (Αθήνα, Ελλάδα, 12 -14 Σεπτεμβρίου)
2. Χρυσόχοου Ε. & Ζηλιασκόπουλος Α. (2012), "Το стоχαστικό πρόβλημα δρομολόγησης εμπορευματικών μεταφορών" Ημερίδα Πρόγραμμα Ηράκλειτος II Βόλος Νοέμβριος
3. Chrysochoou E. & Ziliaskopoulos Ath., (2013) "A stochastic vehicle routing model and its specifications" Euro – INFORMS ( Rome , Italy 1 – 4 July)
4. Chrysochoou E. & Ziliaskopoulos, A. (2014) "An exact method for the stochastic inventory routing problem", 3<sup>rd</sup> International Symposium & 25<sup>th</sup> National Conference on Operational Research ( Volos, Greece 26 – 28 June)
5. Chrysochoou E., A. Ziliaskopoulos. & A.Loïs (2015). An exact method for the stochastic inventory routing problem with transshipment. 94<sup>th</sup> Annual Meeting Transportation Research Board. (Washington D.C. 11 -15 January)
6. Chrysochoou E., A. Ziliaskopoulos. (2015). Stochastic inventory routing problem with transshipment recourse action 10<sup>th</sup> Conference on Stochastic Models of Manufacturing and Service Operations (Volos, 1 – 6 June) (Forthcoming)

Δημοσίευση

1. Χρυσόχοου Ε. & Ζηλιασκόπουλος Α., (2012) ,"Το стоχαστικό πρόβλημα δρομολόγησης εμπορευματικών μεταφορών" Τεύχος Πρακτικών 23ο Εθνικό Συνέδριο της Ελληνικής Εταιρίας Επιχειρησιακών Ερευνών
2. Chrysochoou, E, & Ziliaskopoulos, A. (2014) "An exact method for the stochastic inventory routing problem", Proceedings of the 3<sup>rd</sup> International Symposium & 25<sup>th</sup> National Conference on Operational Research
3. Chrysochoou, E, & Ziliaskopoulos, A. A.Loïs (2015), "An exact algorithm for the stochastic inventory routing problem with transshipment", Proceedings of the 94<sup>th</sup> Annual Meeting Transportation Research Board ,Journal of the Transportation Research Board
4. Chrysochoou E., A. Ziliaskopoulos. (2015). Stochastic inventory routing problem with transshipment recourse action Proceeding of the 10<sup>th</sup> Conference on Stochastic Models of Manufacturing and Service Operations (Volos, 1 – 6 June) (accepted)
5. Chrysochoou E., A. Ziliaskopoulos. (2015). Stochastic inventory routing problem with transshipment recourse action International Journal of Production Research Taylor & Francis (under review)

Το стоχαστικό πρόβλημα δρομολόγησης εμπορευματικών μεταφορών

Χρυσόχοου Ευαγγελία, Υ.Δ. Καθ. Αθανάσιος Ζηλιασκόπουλος

23ο Εθνικό Συνέδριο της Ελληνικής Εταιρίας Επιχειρησιακών Ερευνών

Επιμέλεια: Εργαστήριο Βελτιστοποίησης Συστημάτων, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πολυτεχνείο Σχολή Πανεπιστημίου Βόλου

12 -14 Σεπτεμβρίου 2012, Αθήνα, Ξενοδοχείο Κωνσταντίνος Παλαιολόγος

A stochastic vehicle routing model and its specifications

Ε. C. Chrysochoou<sup>1</sup> A.Ziliaskopoulos<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>The University of Thessaly, Department of Mechanical Engineering , System Optimization Laboratory , Volos, Greece

An exact method for the stochastic inventory routing problem

Ε. C. Chrysochoou<sup>1</sup> A. Ziliaskopoulos<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>The University of Thessaly, Department of Mechanical Engineering , System Optimization Laboratory

An exact algorithm for the Stochastic Inventory Routing Problem with Transshipment

Evangelia Chrysochoou, PhD Candidate, Research Associate CERTH/HT Prof. Athanasios Ziliaskopoulos, Supervisor, Chairman & CEO at Greek Railways Dr. Athanasios Loïs, IT Consultant, System Optimization Laboratory

UNIVERSITY OF THESSALY SCHOOL OF ENGINEERING DEPARTMENT OF MECHANICAL ENGINEERING

TRB 2015 2037

An exact algorithm for the Stochastic Inventory Routing Problem with Transshipment

Evangelia Chrysochoou PhD Candidate, Research Associate CERTH/HT Prof. Athanasios Ziliaskopoulos Supervisor, Chairman & CEO at Greek Railways Dr. Athanasios Loïs IT Consultant, System Optimization Laboratory

OBJECTIVE: Minimize the distribution and inventory cost during the planning horizon... as well as the expected lateral transshipment cost of recourse actions, in order to avoid stock - out occurrence at any retailer.

CONTRIBUTION: Introduce a formulation for the SIRP as a stochastic programming model with recourse using transshipment as recourse action. Introduce new valid inequalities to enhance the computational process of the optimal transported quantities under Maximum Level policy.

REFERENCE: Julykassak, J.-F. Cordeau & R. Jans. 2012. "Benders Decomposition for Production Routing under Demand Uncertainty." GERAD Tech Rep. G-2012-37. Arhetti C. et al. 2007. "A Branch and Cut algorithm for the vendor managed inventory routing problem." Transportation Science, 41 (2): 382 – 391. Bertazzi L. et al. 2013. "A stochastic inventory routing problem with stock-out." Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 27, 89–107. Coelho L. C., J.-F. Cordeau, & G. Laporte. 2014. "Thirty years of Inventory Routing." Transportation Science, Vol. 48(1), pp.1-19. Sorliak J., J.-F. Cordeau & G. Laporte. 2012. "Robust inventory routing under demand uncertainty." Transportation Science, Vol. 46(3), pp.327–340.

RESULTS: Algorithm was coded in C++ using Concert Technology and CPLEX 12.4. Benchmark instances of Arhetti et al. (2007) were used to evaluate the proposed valid inequalities.

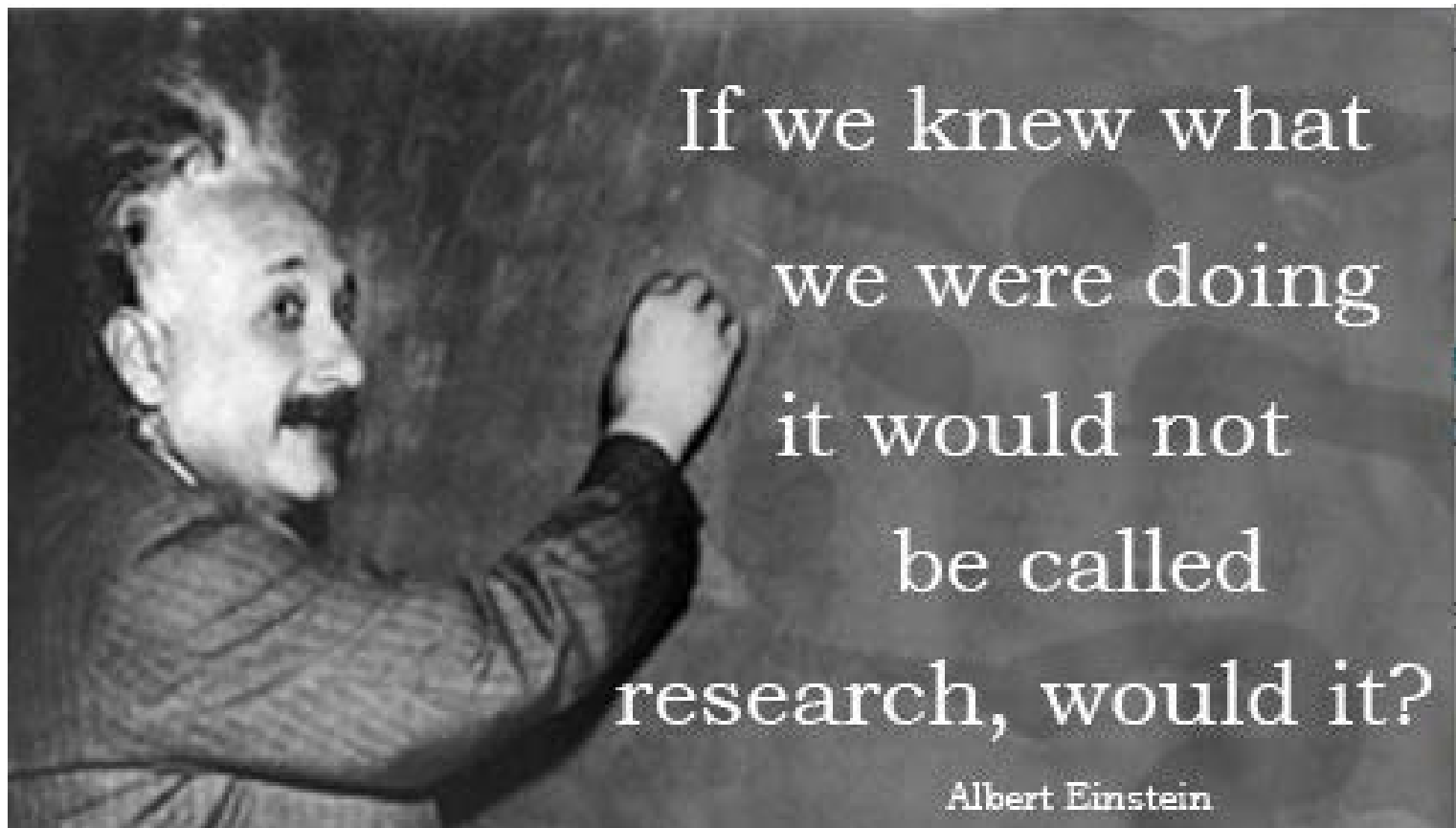
CONCLUSIONS: Computational experiments indicate that the decision of accounting for forthcoming time period demand to determine the delivered quantities improves the optimal value by an average of 15%. Transshipment was proved to be a powerful recourse action when demand uncertainty exists.

MORE INFORMATION: Evangelia Chrysochoou, Corresponding Author Email: echryso@orb.gr

ACKNOWLEDGEMENT: This research has been co-financed by the European Union (European Social Fund - ESF) and Greek National Funds through the Operational Program "Education and Lifelong Learning" of the National Strategic Reference Framework (NSRF) - Research Funding Program of the NSRF. Investing in Knowledge Society through the NSRF.

VeRoLog two-day Mini School on VRP 2014  
Bologna (Italy), May 5 - 6, 2014





Contact Details:  
Evangelia Chrysochoou  
email: [echryso@certh.gr](mailto:echryso@certh.gr)

#### ACKNOWLEDGEMENT

This research has been co-financed by the European Union (European Social Fund – ESF) and Greek national funds through the Operational Program "Education and Lifelong Learning" of the National Strategic Reference Framework (NSRF) - Research Funding Program: Heracleitus II. Investing in knowledge society through the European Social Fund.



MINISTRY OF EDUCATION & RELIGIOUS AFFAIRS  
MANAGING AUTHORITY  
Co-financed by Greece and the European Union